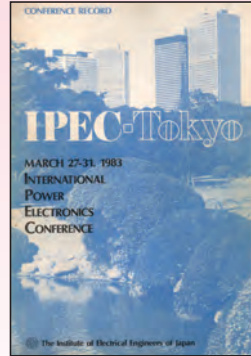


## Theory of Instantaneous Reactive Power in Three-Phase Circuits and its Spread



①



②

1970年代のパワーエレクトロニクス研究においては、スイッチング素子と制御回路の高性能・高速化が進み、三相電流の瞬時値制御への期待が高まっていました。1983年（昭和58年）3月の電気学会主催国際会議 International Power Electronics Conferenceにおいて長岡技術科学大学の研究者が"Generalized Theory of the Instantaneous Reactive Power in Three-Phase Circuits (三相回路の瞬時無効電力の一般化理論)"と題する論文を発表しました。これは、現時点の電圧値と電流値のみから三相回路の瞬時無効電力を一義的に定義し、その物理的意味を数式証明したもので、 $pq$ 理論と名付けられました。続いて $pq$ 理論を瞬時無効電力変換装置へ応用し、理論の妥当性・有効性を実証した論文を電気学会論文誌とIEEE Transactions on Industry Applicationsに相次いで発表しました。

さらに、2007年（first edition）と2017年（second edition）には東京工業大学とブラジルのリオデジャネイロ国立大学の研究者が英文専門書を共同執筆し、三相回路の瞬時無効電力理論の確立と波及に重要な役割を果たしました。現在では、 $pq$ 理論は無効電力補償装置、電力用アクティブフィルタ、フリッカ抑制装置など、さまざまな三相電力変換装置に応用されています。

- ☆顕彰先 : ①長岡技術科学大学, ②東京工業大学, ③リオデジャネイロ国立大学  
 ☆所在地 : ①〒940-2188 新潟県長岡市上富岡町 1603-1  
 ②〒152-8550 東京都目黒区大岡山 2-12-1  
 ③Av. Horacio Macedo 2030, Centro de Tecnologia Bloco H-321  
 Cidade Universitaria, 21941-914 Rio de Janeiro, Brazil  
 ☆ホームページ : ①<https://www.nagaokaut.ac.jp/>  
 ②<https://www.titech.ac.jp/>  
 ③<https://ufrj.br/en/>

三相瞬時電圧:  $e_a, e_b, e_c$   
 三相瞬時電流:  $i_a, i_b, i_c$

$$\begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_\alpha \\ e_\beta \\ e_c \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_c \end{bmatrix}$$

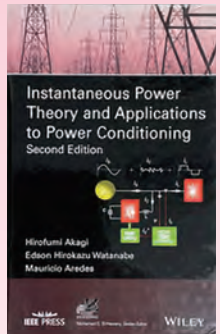
$p$ : 三相回路の瞬時有効電力  
 $q$ : 三相回路の瞬時無効電力

$$\begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_\alpha & e_\beta \\ -e_\beta & e_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_\alpha & e_\beta \\ -e_\beta & e_\alpha \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix}$$

$$e_\alpha^2 + e_\beta^2 > 0$$

③



⑦

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_\alpha & e_\beta \\ -e_\beta & e_\alpha \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_\alpha & e_\beta \\ -e_\beta & e_\alpha \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\triangleq \begin{bmatrix} i_{\alpha p} \\ i_{\beta p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{\alpha q} \\ i_{\beta q} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} p_\alpha \\ p_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_\alpha i_\alpha \\ e_\beta i_\beta \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} e_\alpha i_{\alpha p} \\ e_\beta i_{\beta p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_\alpha i_{\alpha q} \\ e_\beta i_{\beta q} \end{bmatrix}$$

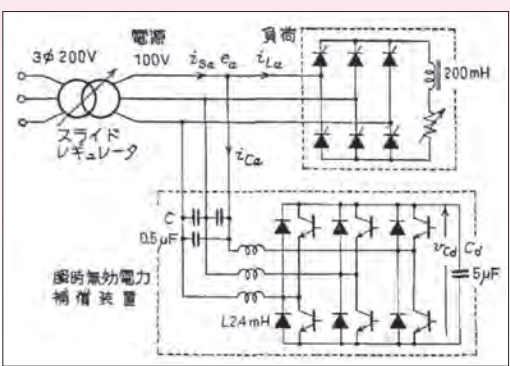
$$p = p_\alpha + p_\beta$$

$$= e_\alpha i_{\alpha p} + e_\beta i_{\beta p} + e_\alpha i_{\alpha q} + e_\beta i_{\beta q}$$

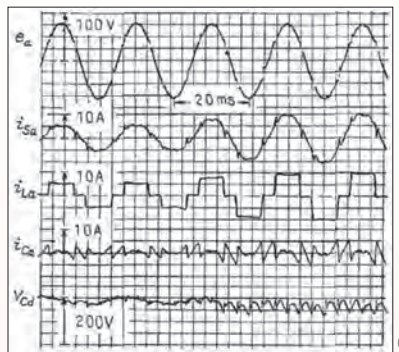
$$= \frac{e_\alpha^2}{e_\alpha^2 + e_\beta^2} p + \frac{e_\beta^2}{e_\alpha^2 + e_\beta^2} p$$

$$+ \frac{-e_\alpha e_\beta}{e_\alpha^2 + e_\beta^2} q + \frac{e_\alpha e_\beta}{e_\alpha^2 + e_\beta^2} q$$

④



⑤



⑥

<写真・図提供：東京工業大学>

- ① 1983年3月開催 IPEC-Tokyo 発表論文 "Generalized Theory of the Instantaneous Reactive Power in Three-Phase Circuits"
- ② 1983年3月開催 IPEC-Tokyo の論文集の表紙
- ③ 三相回路の瞬時無効電力理論の概要 (その1)
- ④ 三相回路の瞬時無効電力理論の概要 (その2)
- ⑤ 瞬時無効電力報償装置の実験回路 (電学論 B 1983年7月号)
- ⑥ 瞬時無効電力報償装置の実験波形 (電学論 B 1983年7月号)
- ⑦ 英文専門書, "Instantaneous Power Theory and Applications to Power Conditioning" IEEE Press & Wiley 出版, 2017年 (second edition) の表紙