

電気学会技術者教育委員会パワーエレクトロニクス教育 WG  
第2回パワエレ・セミナー「電動機駆動の基礎：その1」

2013年12月24日(火)13:00~17:00

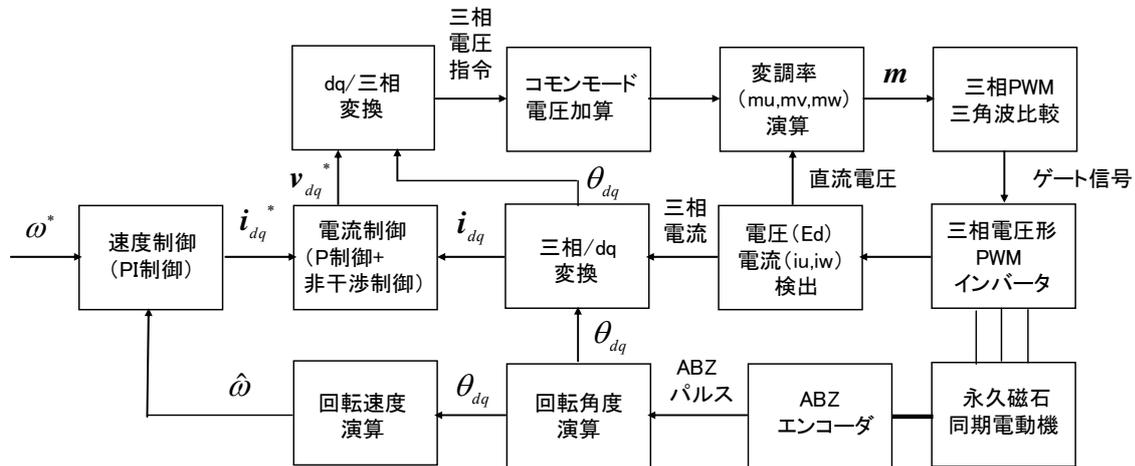
於：青山学院大学相模原キャンパス L棟 L-402 教室

## 主な内容

1. はじめに： 永久磁石同期電動機の場合を例に、可変速駆動システムの基本構成を示し、本セミナーで取り扱う内容との関係について説明。
2. 空間ベクトルと三相/dq変換： 空間ベクトルの定義、三相/ $\alpha\beta$ 変換、 $\alpha\beta$ /dq変換の考え方を説明。コモンモード電圧の考え方についても簡単に紹介。
3. 三相電流波形と高調波： 三相電流波形と高調波の関係、空間ベクトルと高調波の関係、高調波に関する規格などを紹介。
4. 電動機モデルの導出： dq座標での電圧・電流方程式、機械系の運動方程式などの基本式の考え方を説明。特に、過渡時にも使える永久磁石同期電動機および誘導電動機の等価回路について考える。
5. 三相電圧形インバータ： メーカー各社の技術資料をベースに、IGBTモジュールおよびこれを用いたインバータについて、回路構成、駆動回路、スナッパ、損失および放熱、EMC対策などの要点を概説。
6. 三相電圧形インバータのPWM制御： 三相電圧形インバータのPWM制御について空間ベクトルを用いて説明。三角波比較方式で空間ベクトル変調と同じ性能が得られる手法（中間電圧1/2重畳法）を紹介。3レベルインバータやデッドタイムによる電圧制御誤差についても説明。
7. アンケート： 基礎知識（これまでの学習内容）の状況、セミナーの内容やレベルについて、資料や説明方法について、今後開催を希望するテーマなど

# 1. はじめに

## 可変速駆動システム（永久磁石同期電動機）の構成



○主なハードウェア：電動機（ABZ エンコーダ付）

インバータ（電流センサおよび直流電圧センサ）

○制御はワンチップマイコン

（多機能：ABZ エンコーダ入力、AD コンバータ、PWM 機能）

○基本的には電流制御など、全ての機能を制御プログラムで実現。

○プログラミングのためには原理を確実に理解しておく必要あり。

○制御系の設計には定量的な検討が不可欠。

このセミナーは「電動機駆動の基礎：その1」として、

1) 空間ベクトルを用いた電動機の解析

2) 三相電圧形インバータと PWM 制御に関する基礎知識

などについて説明する。次回のセミナーは電流制御、速度制御が中心

## 2. 空間ベクトルと三相/dq変換

### 空間ベクトルとは

○基本式 (三相/αβ変換)

$$\text{空間ベクトルの定義 } \mathbf{i}_{\alpha\beta} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( i_u + e^{j\frac{2\pi}{3}} \cdot i_v + e^{j\frac{4\pi}{3}} \cdot i_w \right)$$

一般 (零相分がある場合) の取り扱い

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} i_u \\ i_v \\ i_w \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} i_u \\ i_v \\ i_w \end{bmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix}$$

ただし、

$$A = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \end{bmatrix}$$

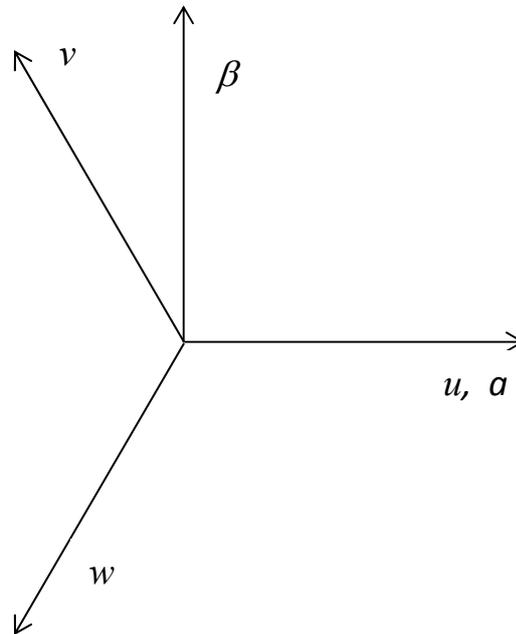
$$A^{-1} = A^T = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 1 & 0 \\ 1/\sqrt{2} & -1/2 & \sqrt{3}/2 \\ 1/\sqrt{2} & -1/2 & -\sqrt{3}/2 \end{bmatrix}$$

三相3線式では  $i_u + i_v + i_w = 0$  ( $i_0 = 0$ ) であり、

$i_\alpha, i_\beta$  だけを考え、複素数で表示可能

$$\mathbf{i}_{\alpha\beta} = i_\alpha + j i_\beta = \sqrt{i_\alpha^2 + i_\beta^2} e^{j\theta} = \sqrt{i_\alpha^2 + i_\beta^2} (\cos \theta + j \sin \theta)$$

uvw,  $\alpha$   $\beta$  の座標軸の関係



○空間ベクトル（複素数）の内積

複素数を単位ベクトルを 1 および  $j$  としたベクトルと考え、内積（演算子を ● で表す）を計算する。

基本

$$\mathbf{x} = a + jb = xe^{j\alpha}, \quad \mathbf{y} = c + jd = ye^{j\beta}$$

$$\mathbf{x} \bullet \mathbf{y} = ac + bd = xy \cos(\alpha - \beta)$$

大切な関係式

$$1 \bullet 1 = e^{j\frac{2\pi}{3}} \bullet e^{j\frac{2\pi}{3}} = e^{j\frac{4\pi}{3}} \bullet e^{j\frac{4\pi}{3}} = 1$$

$$1 \bullet e^{j\frac{2\pi}{3}} = e^{j\frac{2\pi}{3}} \bullet e^{j\frac{4\pi}{3}} = 1 \bullet e^{j\frac{4\pi}{3}} = -\frac{1}{2}$$

$$(\mathbf{x} + \mathbf{y}) \bullet \mathbf{z} = \mathbf{x} \bullet \mathbf{z} + \mathbf{y} \bullet \mathbf{z}$$

これらの関係を用いると

$$\begin{aligned}
 \mathbf{i}_{\alpha\beta} \bullet \mathbf{1} &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left( i_u + e^{j\frac{2\pi}{3}} \cdot i_v + e^{j\frac{4\pi}{3}} \cdot i_w \right) \bullet \mathbf{1} \\
 &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left( i_u - \frac{1}{2}(i_v + i_w) \right) = \sqrt{\frac{3}{2}} i_u \\
 \Rightarrow i_u &= \sqrt{\frac{2}{3}} (\mathbf{i}_{\alpha\beta} \bullet \mathbf{1}) = \sqrt{\frac{2}{3}} \operatorname{Re}(\mathbf{i}_{\alpha\beta}) \\
 i_v &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left( \mathbf{i}_{\alpha\beta} \bullet e^{j\frac{2\pi}{3}} \right) = \sqrt{\frac{2}{3}} \operatorname{Re} \left( \mathbf{i}_{\alpha\beta} e^{-j\frac{2\pi}{3}} \right) \\
 i_w &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left( \mathbf{i}_{\alpha\beta} \bullet e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) = \sqrt{\frac{2}{3}} \operatorname{Re} \left( \mathbf{i}_{\alpha\beta} e^{-j\frac{4\pi}{3}} \right)
 \end{aligned}$$

○電圧・電流とも同じ変換式に従う。

$$\begin{aligned}
 \mathbf{i}_{\alpha\beta} &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left( i_u + e^{j\frac{2\pi}{3}} \cdot i_v + e^{j\frac{4\pi}{3}} \cdot i_w \right) \\
 \mathbf{v}_{\alpha\beta} &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left( v_u + e^{j\frac{2\pi}{3}} \cdot v_v + e^{j\frac{4\pi}{3}} \cdot v_w \right)
 \end{aligned}$$

○三相の瞬時電力は電圧ベクトルと電流ベクトルの内積

$$\begin{aligned}
 p(t) &= \mathbf{v}_{\alpha\beta} \bullet \mathbf{i}_{\alpha\beta} \\
 &= \frac{2}{3} \left( v_u + e^{j\frac{2\pi}{3}} \cdot v_v + e^{j\frac{4\pi}{3}} \cdot v_w \right) \bullet \left( i_u + e^{j\frac{2\pi}{3}} \cdot i_v + e^{j\frac{4\pi}{3}} \cdot i_w \right) \\
 &= \frac{2}{3} \left[ v_u \left( i_u - \frac{1}{2}i_v - \frac{1}{2}i_w \right) + v_v \left( i_v - \frac{1}{2}i_w - \frac{1}{2}i_u \right) + v_w \left( i_w - \frac{1}{2}i_u - \frac{1}{2}i_v \right) \right] \\
 &= v_u i_u + v_v i_v + v_w i_w
 \end{aligned}$$

## コモンモード電圧

三相3線式では、通常、三相電流の合計が零 ( $i_u + i_v + i_w = 0$ ) となるが、インバータによる電動機駆動では、三相瞬時電圧の合計は必ずしも零とはなっていない。三相瞬時電圧の平均値をコモンモード電圧という。PWM制御では積極的にコモンモード電圧を重畳して、出力電圧範囲を改善することも行われている。通常の周波数のコモンモード電圧は特に問題を生じないが、インバータのスイッチングに伴う高周波のコモンモード電圧については十分注意する必要がある。システム各部の対アースの浮遊容量を通して高周波の電流が流れ、電磁誘導により周辺機器の誤動作などの原因となるためである。最近はこれを防止するための電磁両立性 (EMC) に関する規制が強化されてきており、コモンモード電圧を小さくできる3レベルインバータが注目されている。

## 同期回転座標(dq 座標)とは

回転磁界に同期して回転する dq 座標 (同期回転座標) から見ると、基本波電圧・電流の空間ベクトルが静止 (直流) して見えるため解析が簡単となる。

○基本式 ( $\alpha \beta$  / dq 変換)

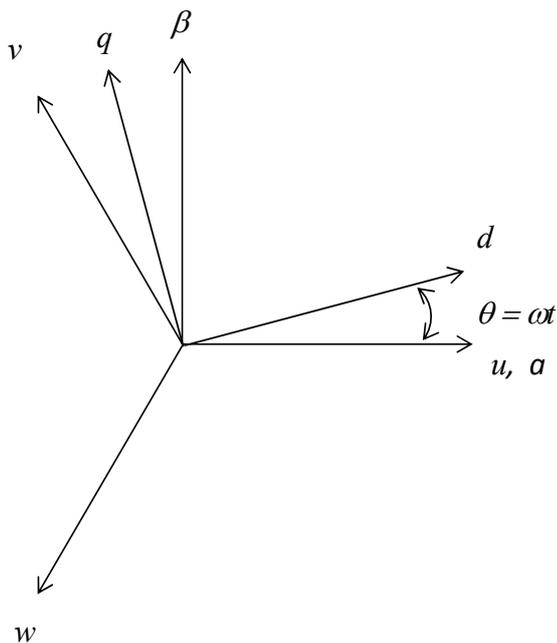
$$\mathbf{i}_{dq} = e^{-j\omega t} \mathbf{i}_{\alpha\beta}, \quad \mathbf{v}_{dq} = e^{-j\omega t} \mathbf{v}_{\alpha\beta}$$

$$\Rightarrow \mathbf{i}_{\alpha\beta} = e^{j\omega t} \mathbf{i}_{dq}, \quad \mathbf{v}_{\alpha\beta} = e^{j\omega t} \mathbf{v}_{dq}$$

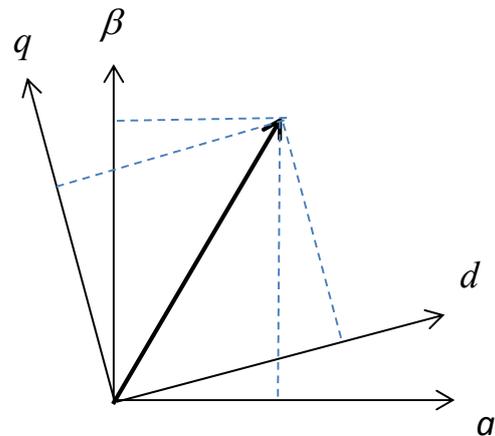
ただし、 $\alpha$  軸に対する d 軸の角度を  $\theta = \omega t$  とする。一例として

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_{\alpha\beta} &= \sqrt{3} I e^{j\omega t} \\ \mathbf{i}_{dq} &= e^{-j\omega t} \mathbf{i}_{\alpha\beta} = \sqrt{3} I \\ i_u &= \sqrt{\frac{2}{3}} \operatorname{Re}(\mathbf{i}_{\alpha\beta}) = \sqrt{2} I \cos(\omega t), \\ i_v &= \sqrt{\frac{2}{3}} \operatorname{Re}(\mathbf{i}_{\alpha\beta} e^{-j2\pi/3}) = \sqrt{2} I \cos(\omega t - 2\pi/3) \\ i_w &= \sqrt{\frac{2}{3}} \operatorname{Re}(\mathbf{i}_{\alpha\beta} e^{-j4\pi/3}) = \sqrt{2} I \cos(\omega t - 4\pi/3) \end{aligned}$$

dq 軸、 $\alpha \beta$  軸、三相の関係



dq 軸および  $\alpha \beta$  軸から見た空間ベクトルの成分



### 3. 三相電流波形と高調波

#### 空間ベクトルとの関係

三相の電動機では通常、巻線および磁気回路の構造が相により異なることはなく、三相の対称性が確保されている。従って、定常状態では、電流波形について次の関係が成り立つ。

$$i_u = f(\omega t), \quad i_v = f(\omega t - 2\pi/3), \quad i_w = f(\omega t - 4\pi/3)$$

一例として、120度通電の電流波形を考え、

$$i_u = f(\omega t) = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} I_d \left[ \cos(\omega t) - \frac{1}{5} \cos(5\omega t) + \frac{1}{7} \cos(7\omega t) - \dots \right]$$

とすると、

$$\cos(5(\omega t - 2\pi/3)) = \cos(5\omega t - 4\pi/3)$$

$$\cos(5(\omega t - 4\pi/3)) = \cos(5\omega t - 2\pi/3)$$

$$\cos(7(\omega t - 2\pi/3)) = \cos(7\omega t - 2\pi/3)$$

$$\cos(7(\omega t - 4\pi/3)) = \cos(7\omega t - 4\pi/3)$$

の関係があるため

$$i_v = f(\omega t - 2\pi/3)$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{\pi} I_d \left[ \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) - \frac{1}{5} \cos\left(5\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) + \frac{1}{7} \cos\left(7\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) - \dots \right]$$

$$i_w = f(\omega t - 4\pi/3)$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{\pi} I_d \left[ \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) - \frac{1}{5} \cos\left(5\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{1}{7} \cos\left(7\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) - \dots \right]$$

となり空間ベクトルに変換すると

$$\mathbf{i}_{\alpha\beta} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} I_d \left[ e^{j\omega t} - \frac{1}{5} e^{-j5\omega t} + \frac{1}{7} e^{j7\omega t} - \dots \right],$$

$$\mathbf{i}_{dq} = e^{-j\omega t} \mathbf{i}_{\alpha\beta} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} I_d \left[ 1 - \frac{1}{5} e^{-j6\omega t} + \frac{1}{7} e^{j6\omega t} - \dots \right]$$

## ○この結果より得られる重要な結論

静止座標 ( $\alpha \beta$  軸) からみると、基本波ベクトルの回転方向に対し、第5次高調波ベクトル (一般には第  $(6k-1)$  次) の回転方向は逆であり、第7次高調波ベクトル (一般には第  $(6k+1)$  次) の回転方向は同じである。

基本波に対して同期する同期回転座標 ( $dq$  軸) から見ると、基本波ベクトルは静止して見え、第5次高調波 (一般には第  $(6k-1)$  次) は座標の回転とは逆方向に  $6\omega$  で回転するベクトル、第7次高調波 (一般には第  $(6k+1)$  次) は座標の回転と同じ方向に  $6\omega$  で回転するベクトルに見える。従って、第5次と第7次の高調波は  $dq$  軸では同じ周波数  $6\omega$  の成分になる。

## 空間ベクトルに対する伝達関数

dq軸上で第5次と第7次を区別するためには高調波のd軸成分とq軸成分の両者に着目する必要がある。例えば、次のような伝達関数をもつ2入力2出力のフィルタを通すことによりそれぞれのdq成分を求めることができる。

$$\frac{a}{s+a-j6\omega}, \quad \frac{a}{s+a+j6\omega}$$

前者が第7次高調波を分離するためのフィルタである。入力を $(x+jy)$ 、出力を $(u+jv)$ で表わすと、次のような関係があり、出力虚部から入力実部への、出力実部から入力虚部へフィードバックをもつ、2入力2出力のフィルタであることがわかる。

$$U(s)+jV(s)=\frac{a}{s+a-j6\omega}(X(s)+jY(s))$$

$$U(s)=\frac{1}{s+a}(aX(s)-6\omega V(s)), \quad V(s)=\frac{1}{s+a}(aY(s)+6\omega U(s))$$

また、入力が  $x+jy=e^{j6\omega t}$  の場合を考えると、

$$U(s)+jV(s)=\frac{a}{s+a-j6\omega}\frac{1}{s-j6\omega}=\frac{1}{s-j6\omega}-\frac{1}{s+a-j6\omega}$$

従って、

$$u+jv=e^{j6\omega t}-e^{-at}e^{j6\omega t}=e^{j6\omega t}(1-e^{-at})$$

出力ベクトルは $t=0$ では原点にあるが、時間とともに半径が増加し、入力である半径1の回転ベクトルに漸近することがわかる。

## 高調波に関する規格

モータに流れる高調波電流は運転効率の低下やトルクリプルに繋がるため、出来るだけ少ないことが望ましいが、規格上は、可変速駆動システムとして電磁両立性（EMC）の規格を満足していれば、特に問題とはならない。主に問題となるのは、商用電源側の高調波電流であり、以下のような規格での限度値を超えてはならない。

JIS C 61000-3-2 「電磁両立性 - 第 3 - 2 部：限度値 - 高調波電流発生限度値  
（1 相当たりの入力電流が 20A 以下の機器）」

JIS C4421 「可変速駆動システム（PDS）  
－電磁両立性（EMC）要求事項及び試験方法」

JIS C4411-3 「無停電電源装置（UPS）－  
第 3 部：性能及び試験要求項目

JIS C4431 「パワーエレクトロニクス装置  
電磁両立性（EMC）要求事項及び試験法」

これらの規格は、日本工業標準調査会の HP の JIS 検索にて無料で閲覧できる。  
（ダウンロードは不可）

## 4. 電動機モデルの導出

### 永久磁石同期電動機の基本式

○三相を1つの式で表現 ( $i_u + i_v + i_w = 0$  とする)

$$v_u = ri_u + p(l + M)i_u - \frac{1}{2}pM(i_v + i_w) + e_u$$

$$v_v = ri_v + p(l + M)i_v - \frac{1}{2}pM(i_w + i_u) + e_v$$

$$v_w = ri_w + p(l + M)i_w - \frac{1}{2}pM(i_u + i_v) + e_w$$

$$\Rightarrow \mathbf{v}_{\alpha\beta} = r\mathbf{i}_{\alpha\beta} + p\left(l + \frac{3}{2}M\right)\mathbf{i}_{\alpha\beta} + \mathbf{e}_{\alpha\beta}$$

$$\Rightarrow \mathbf{v}_{\alpha\beta} = r\mathbf{i}_{\alpha\beta} + pL\mathbf{i}_{\alpha\beta} + \mathbf{e}_{\alpha\beta}$$

$$\text{ただし、 } p = \frac{d}{dt}, \quad L = l + \frac{3}{2}M$$

○dq 軸での電圧・電流方程式

$$\mathbf{v}_{\alpha\beta} = r\mathbf{i}_{\alpha\beta} + p(L\mathbf{i}_{\alpha\beta}) + \mathbf{e}_{\alpha\beta}$$

$$\Rightarrow (e^{j\omega t} \mathbf{v}_{dq}) = r(e^{j\omega t} \mathbf{i}_{dq}) + p(Le^{j\omega t} \mathbf{i}_{dq}) + (e^{j\omega t} \mathbf{e}_{dq})$$

$$\Rightarrow \mathbf{v}_{dq} = e^{-j\omega t} r(e^{j\omega t} \mathbf{i}_{dq}) + e^{-j\omega t} p(Le^{j\omega t} \mathbf{i}_{dq}) + e^{-j\omega t} (e^{j\omega t} \mathbf{e}_{dq})$$

$$\Rightarrow \mathbf{v}_{dq} = r\mathbf{i}_{dq} + (p + j\omega)(L\mathbf{i}_{dq}) + \mathbf{e}_{dq}$$

結果としては、 $\alpha\beta \Rightarrow dq$ ,  $p \Rightarrow (p + j\omega)$  とすればよい。

また、永久磁石による磁束を  $\phi_m$  とすると、 $\mathbf{e}_{dq} = j\omega\phi_m$  である。

○突極形 (IPM など) の場合は dq 軸でインダクタンスが異なることを考慮。

$$\mathbf{v}_{dq} = r\mathbf{i}_{dq} + (p + j\omega)(L_d i_d + jL_q i_q) + j\omega\phi_m$$

dq 軸の成分に分解すると

$$\begin{aligned} v_d + jv_q &= r(i_d + ji_q) + (p + j\omega)(L_d i_d + jL_q i_q) + j\omega\phi_m \\ \Rightarrow v_d &= ri_d + p(L_d i_d) - \omega L_q i_q \\ v_q &= ri_q + \omega L_d i_d + p(L_q i_q) + \omega\phi_m \end{aligned}$$

○入力電力を計算してみる。

$$\begin{aligned} p(t) &= \mathbf{v}_{\alpha\beta} \bullet \mathbf{i}_{\alpha\beta} = \mathbf{v}_{dq} \bullet \mathbf{i}_{dq} = v_d i_d + v_q i_q \\ &= (ri_d + p(L_d i_d) - \omega L_q i_q) i_d + (ri_q + \omega L_d i_d + p(L_q i_q) + \omega\phi_m) i_q \\ &= r(i_d^2 + i_q^2) + p\left(\frac{1}{2}L_d i_d^2 + \frac{1}{2}L_q i_q^2\right) + \omega(\phi_m - (L_q - L_d) i_d) i_q \end{aligned}$$

第1項は銅損、第2項は磁気エネルギーの変化、第3項が出力。  
従って、極対数を1とすると、モータの発生トルクは次式で表される。

$$\tau_M = \phi_m i_q - (L_q - L_d) i_d i_q$$

このように、突極形の場合には第二項で表されるリラクトルクが発生する。  
通常  $L_q > L_d$  であるため、負の d 軸電流を流すことによりトルクを大きくできる。

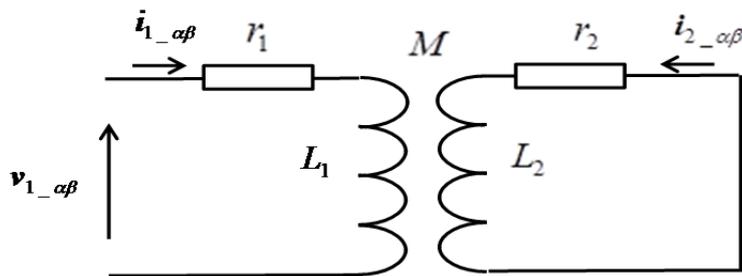
○参考 突極形の場合の  $\alpha \beta$  軸での電圧電流方程式は、次式のように複雑な関係式となるため、d q 軸で考えた方がよい。

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{\alpha\beta} &= r\mathbf{i}_{\alpha\beta} + \mathbf{e}_{\alpha\beta} + p\left[\left(\frac{L_d + L_q}{2} + \frac{L_d - L_q}{2} e^{j2\omega t}\right)\mathbf{i}_{\alpha}\right] \\ &\quad + p\left[\left(\frac{L_d + L_q}{2} - \frac{L_d - L_q}{2} e^{j2\omega t}\right)(j\mathbf{i}_{\beta})\right] \end{aligned}$$

## 誘導電動機の基本式

固定子側の一次巻線について、静止座標（ $\alpha \beta$  軸）で考えると、次式が成り立つ。

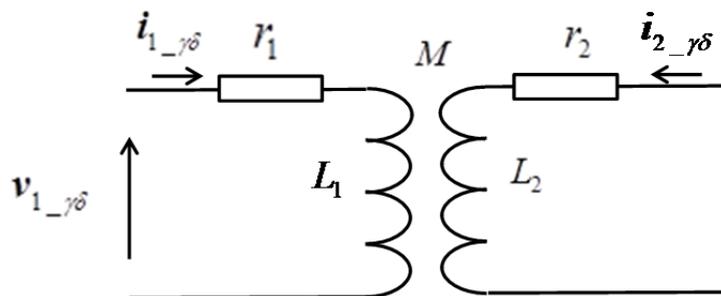
$$v_{1\_ \alpha\beta} = (r_1 + p L_1) i_{1\_ \alpha\beta} + p M i_{2\_ \alpha\beta}$$



注) 電流の方向は何れも相互結合した2つの巻線に入る方向（磁束を強めあう方向）にとって考える。実際には負荷側の電流の方向は逆となるが、計算を分かり易くするためにこの方向とする。なお、定義は自由であり、結果的に解が負となる。

一方、回転子側の二次巻線については、回転子と同期して角速度  $\omega_m$  で回転する回転座標系（ $\gamma \delta$  軸）で考えると、次式が成り立つ。

$$0 = p M i_{1\_ \gamma\delta} + (r_2 + p L_2) i_{2\_ \gamma\delta}$$



さて、同じ空間ベクトルでも、どの座標系から見るかにより、表現（見え方）が異なる。一次電流の空間ベクトルを考えると、 $\alpha \beta$  軸から見た空間ベクトル  $i_{1\_ \alpha\beta}$  と  $\gamma \delta$  軸から見た空間ベクトル  $i_{1\_ \gamma\delta}$  の間には次の関係がある。

$$\mathbf{i}_{1\_γδ} = e^{-j\omega_m t} \mathbf{i}_{1\_αβ} \Leftrightarrow \mathbf{i}_{1\_αβ} = e^{j\omega_m t} \mathbf{i}_{1\_γδ}$$

同様に、 $\mathbf{i}_{2\_γδ} = e^{-j\omega_m t} \mathbf{i}_{2\_αβ} \Leftrightarrow \mathbf{i}_{2\_αβ} = e^{j\omega_m t} \mathbf{i}_{2\_γδ}$  の関係がある。上式に、

これらの関係を代入して変形すると、

$$0 = \mathbf{p} M \mathbf{i}_{1\_γδ} + (r_2 + \mathbf{p} L_2) \mathbf{i}_{2\_γδ} \Rightarrow$$

$$0 = \mathbf{p} M (e^{-j\omega_m t} \mathbf{i}_{1\_αβ}) + (r_2 + \mathbf{p} L_2) (e^{-j\omega_m t} \mathbf{i}_{2\_αβ}) \Rightarrow$$

$$0 = e^{-j\omega_m t} (\mathbf{p} - j\omega_m) M \mathbf{i}_{1\_αβ} + e^{-j\omega_m t} (r_2 + (\mathbf{p} - j\omega_m) L_2) \mathbf{i}_{2\_αβ} \Rightarrow$$

$$0 = (\mathbf{p} - j\omega_m) M \mathbf{i}_{1\_αβ} + (r_2 + (\mathbf{p} - j\omega_m) L_2) \mathbf{i}_{2\_αβ}$$

従って、 $\alpha \beta$  座標系から見た誘導機の基本式は次式で表すことができる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{1\_αβ} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 + \mathbf{p} L_1 & \mathbf{p} M \\ (\mathbf{p} - j\omega_m) M & r_2 + (\mathbf{p} - j\omega_m) L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{1\_αβ} \\ \mathbf{i}_{2\_αβ} \end{bmatrix}$$

変圧器と同じように、二次側を一次に換算することを考える。2列目を  $k$  倍するとともに、二次電流を  $1/k$  倍して変形すると次式を得る。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{1\_αβ} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 + \mathbf{p} L_1 & \mathbf{p} k M \\ (\mathbf{p} - j\omega_m) k M & k^2 r_2 + (\mathbf{p} - j\omega_m) k^2 L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{1\_αβ} \\ \mathbf{i}_{2\_αβ} / k \end{bmatrix}$$

等価回路が簡単となるよう、 $k = M / L_2$  と選ぶと

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{1\_αβ} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 + \mathbf{p} L_1 & \mathbf{p} M^2 / L_2 \\ (\mathbf{p} - j\omega_m) M^2 / L_2 & (M / L_2)^2 r_2 + (\mathbf{p} - j\omega_m) M^2 / L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{1\_αβ} \\ \mathbf{i}_{2\_αβ} / k \end{bmatrix}$$

パラメータを下記のように置き換える。なお、 $\sigma$  は漏れ係数と呼ばれる。

$$L_m = \frac{M^2}{L_2} = (1 - \sigma) L_1, \quad \ell_1 = L_1 - L_m = \sigma L_1, \quad \sigma = 1 - \frac{M^2}{L_1 L_2}$$

$$r'_2 = \left( \frac{M}{L_2} \right)^2 r_2, \quad \mathbf{i}'_{2\_dq} = \mathbf{i}_{2\_dq} (L_2 / M)$$

この時、基本式は

$$\begin{bmatrix} v_{1\_αβ} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 + p(L_m + \ell_1) & pL_m \\ (p - j\omega_m)L_m & r'_2 + (p - j\omega_m)L_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{1\_αβ} \\ i'_{2\_αβ} \end{bmatrix}$$

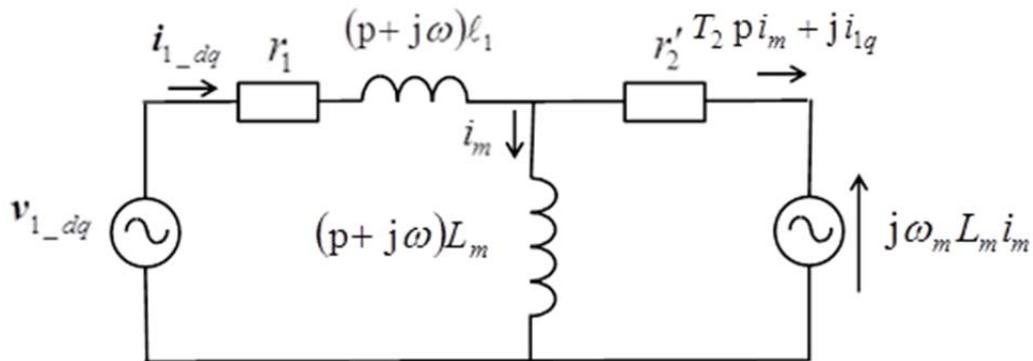
また、 $i'_{2\_αβ}$  の代わりに、励磁電流  $i_{m\_αβ} = i_{1\_αβ} + i'_{2\_αβ}$  を用いて整理すると、

$$\begin{bmatrix} v_{1\_αβ} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 + p\ell_1 & pL_m \\ -r'_2 & r'_2 + (p - j\omega_m)L_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{1\_dq} \\ i_{m\_αβ} \end{bmatrix}$$

この関係式を回転磁界に同期して回転する同期回転座標 (dq 軸) の関係に変換する (形式的に添え字の  $\alpha \beta$  を dq に、また、微分演算子  $p$  を  $(p + j\omega)$  に置き換えればよい)。

$$\begin{bmatrix} v_{1\_dq} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 + (p + j\omega)\ell_1 & (p + j\omega)L_m \\ -r'_2 & r'_2 + (p + j(\omega - \omega_m))L_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{1\_dq} \\ i_m \end{bmatrix}$$

この関係式を等価回路で表わすと、次のようになる。



過渡時にも適用できる誘導電動機の等価回路

ただし、 $T_2$  は二次側の回路の時定数であり、 $T_2 = \frac{L_m}{r'_2} = \frac{L_2}{r_2}$

## 機械系の取り扱い

○機械系の回転運動を表す方程式

$$J \frac{d\omega}{dt} = \tau_M - \tau_L$$

$J$  : 系全体の慣性モーメント

$\tau_L$  : 負荷トルク (機械系の損失も含む)

○慣性モーメントの考え方

機械系では慣性モーメントの値が重要。

電動機により駆動される機械系全体について、運動エネルギー  $E$  と慣性モーメント  $J$  (モータ軸換算、電気系換算) の間には次の関係がある。

$$E = \frac{1}{2} J \omega^2$$

一例として、電気自動車を考え、

減速機の減速比を  $k$ 、車両重量 (含む乗員) を  $M$  [kg]、

減速機から見て

モータ側にある慣性モーメントの合計を  $J_1$  [kg · m<sup>2</sup>] (モータ軸換算)、

車輪側にある慣性モーメントの合計を  $J_2$  [kg · m<sup>2</sup>] (車軸換算)、

タイヤの半径を  $r$  [m]、

車のスピードを  $v$  [m/s] とすると、

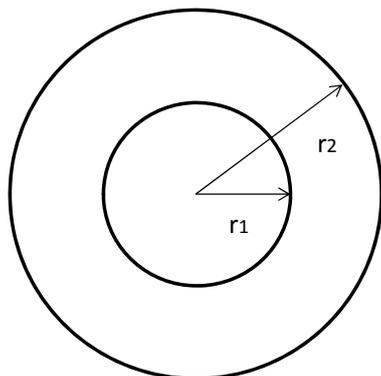
運動エネルギーの合計は

$$E = \frac{1}{2} M v^2 + \frac{1}{2} J_1 \omega^2 + \frac{1}{2} J_2 (\omega / k)^2 = \frac{1}{2} \left( J_1 + \left( \frac{1}{k} \right)^2 (J_2 + M r^2) \right) \omega^2$$

従って、 $J = J_1 + \left( \frac{1}{k} \right)^2 (J_2 + M r^2)$

○円柱の中心軸周りの慣性モーメント

内径  $r_1$ 、外径  $r_2$ 、重さ  $M$  の中空の円柱（均質な材料で出来ている）の中心軸周りの慣性モーメント  $J$  を考える。



中心からの距離の二乗平均が次のように計算できる。

$$(r^2)_{mean} = \frac{\int_{r_1}^{r_2} r^2 (2\pi r dr)}{\int_{r_1}^{r_2} 2\pi r dr} = \frac{(\pi/2)(r_2^4 - r_1^4)}{\pi(r_2^2 - r_1^2)} = \frac{r_2^2 + r_1^2}{2}$$

従って

$$J = M(r^2)_{mean} = M \frac{r_2^2 + r_1^2}{2}$$

○回転部分の外形や質量から慣性モーメントを推測できる。

○速度制御のためにも出来るだけ正確な機械系全体の慣性モーメントが必要。

#### 4. 三相電圧形インバータ（別途資料参照）

○三菱電機 パワーモジュール MOS 活用の手引き

<http://www.mitsubishi.co.jp/semiconductors/files/manuals/Ka0350a3.pdf>

○日本インター IGBT アプリケーションノート

<http://www.niec.co.jp/products/pdf/IGBTapplicationNote.pdf>

○富士電機 IGBT モジュールアプリケーションマニュアル

[http://www.fujielectric.co.jp/products/semiconductor/technical/application/igbt\\_app\\_manual.html](http://www.fujielectric.co.jp/products/semiconductor/technical/application/igbt_app_manual.html)

○富士電機 アドバンスド NPC 3 レベル (T タイプ 3 レベル)

インバータモジュール 発生損失と比較表

同 /technical/tech\_material/adv\_3lv\_tech.html

## 6. 三相電圧形インバータの PWM 制御

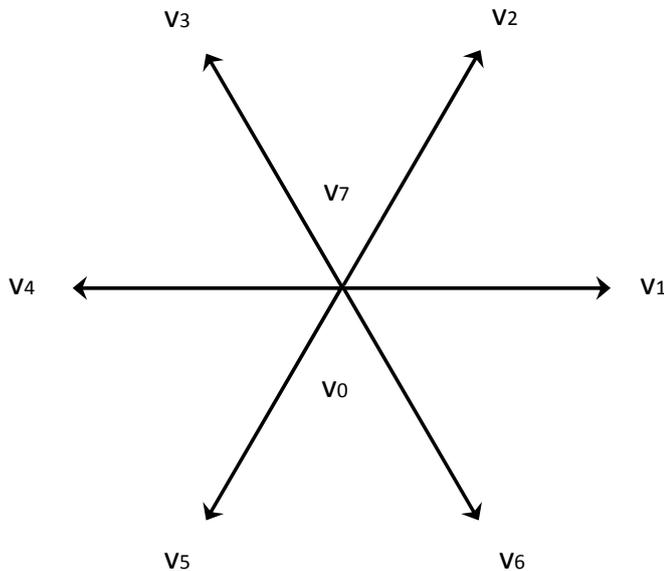
○三相電圧形インバータの出力電圧について考える。直流電源の中心を基準点とすると、各相の出力電圧は上下いずれのデバイスがオン状態にあるかにより、 $E_d/2$  か  $-E_d/2$  の値となる。ただし、 $E_d$  は直流電圧。

○下の表は三相の組み合わせを示したものであり、三相 3 線式の場合は共通モード電圧を差し引いた電圧が有効な出力電圧となる。

インバータが出力可能な電圧

ベクトル	オンの素子			直流中点からの電圧			共通モード電圧	三相出力電圧			$v_{\alpha\beta}$	
	u相	v相	w相	eu	ev	ew	$e_n=(eu+ev+ew)/3$	vu	vv	vw	絶対値	角度
V0	下	下	下	$-E_d/2$	$-E_d/2$	$-E_d/2$	$-E_d/2$	0	0	0	0	-
V1	上	下	下	$E_d/2$	$-E_d/2$	$-E_d/2$	$-E_d/6$	$2E_d/3$	$-E_d/3$	$-E_d/3$	$\sqrt{\frac{2}{3}}E_d$	0
V2	上	上	下	$E_d/2$	$E_d/2$	$-E_d/2$	$E_d/6$	$E_d/3$	$E_d/3$	$-2E_d/3$		$\pi/3$
V3	下	上	下	$-E_d/2$	$E_d/2$	$-E_d/2$	$-E_d/6$	$-E_d/3$	$2E_d/3$	$-E_d/3$		$2\pi/3$
V4	下	上	上	$-E_d/2$	$E_d/2$	$E_d/2$	$E_d/6$	$-2E_d/3$	$E_d/3$	$E_d/3$		$\pi$
V5	下	下	上	$-E_d/2$	$-E_d/2$	$E_d/2$	$-E_d/6$	$-E_d/3$	$-E_d/3$	$2E_d/3$		$4\pi/3$
V6	上	下	上	$E_d/2$	$-E_d/2$	$-E_d/2$	$E_d/6$	$E_d/3$	$-2E_d/3$	$E_d/3$		$5\pi/3$
V7	上	上	上	$E_d/2$	$E_d/2$	$E_d/2$	$E_d/2$	0	0	0	0	-

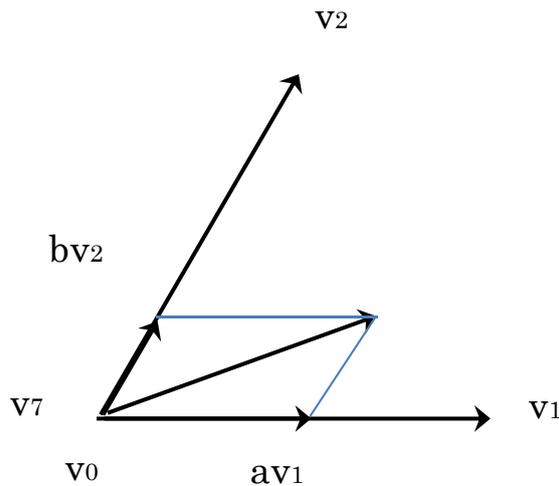
○三相電圧形インバータが瞬時値として出力可能な電圧ベクトルは 6 角形の頂点と中心のみ。



$$\mathbf{v}_0 = 0, \mathbf{v}_1 = \sqrt{\frac{2}{3}}E_d e^{j0}, \mathbf{v}_2 = \sqrt{\frac{2}{3}}E_d e^{j\pi/3}, \mathbf{v}_3 = \sqrt{\frac{2}{3}}E_d e^{j2\pi/3}$$

$$\mathbf{v}_4 = \sqrt{\frac{2}{3}}E_d e^{j\pi}, \mathbf{v}_5 = \sqrt{\frac{2}{3}}E_d e^{j4\pi/3}, \mathbf{v}_6 = \sqrt{\frac{2}{3}}E_d e^{j5\pi/3}, \mathbf{v}_7 = 0$$

○六角形の内部の任意の電圧ベクトルはそれを囲む3点（中心と2つの頂点）に相当する電圧ベクトルを組み合わせ、平均値として実現。



○ $\mathbf{v}_{\alpha\beta}$ が  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_0$  ( $\mathbf{v}_7$ ) で囲まれる領域（上図）にある場合について考える。

この時、 $v_u \geq v_v \geq v_w$  の関係がある。

電圧の空間ベクトルは次式のように変換できる。

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{\alpha\beta} &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left( v_u e^{j0} + v_u e^{\frac{j2\pi}{3}} + v_w e^{\frac{j4\pi}{3}} \right) = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( v_u e^{j0} - v_v \left( e^{j0} + e^{\frac{j4\pi}{3}} \right) + v_w e^{\frac{j4\pi}{3}} \right) \\ &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left( (v_u - v_v) e^{j0} - (v_v - v_w) e^{\frac{j4\pi}{3}} \right) \\ &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left( (v_u - v_v) e^{j0} + (v_v - v_w) e^{\frac{j\pi}{3}} \right) \end{aligned}$$

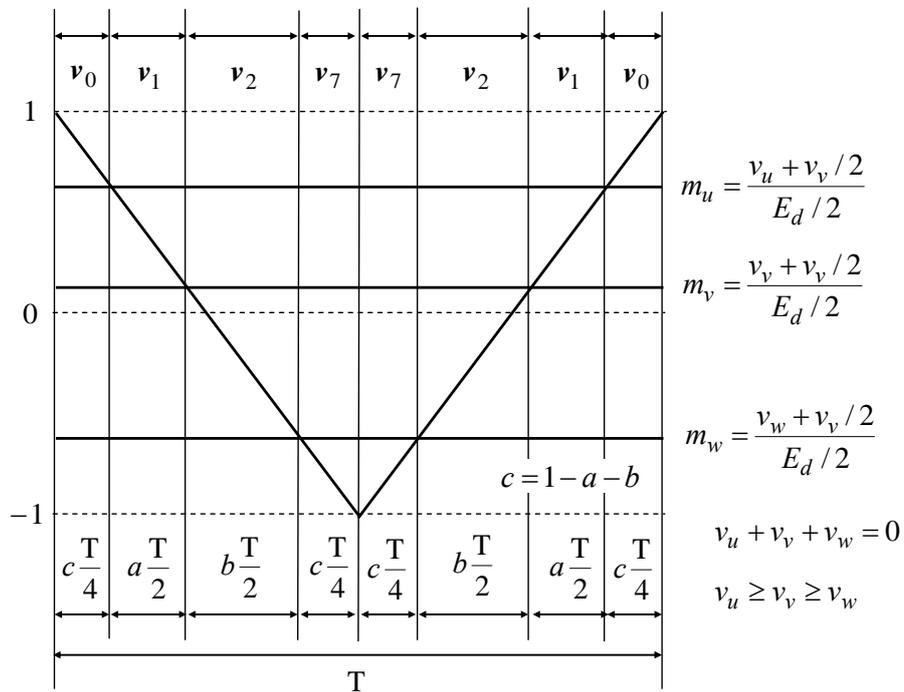
一方、図より次式が成り立つ。

$$\mathbf{v}_{\alpha\beta} = (a\mathbf{v}_1 + b\mathbf{v}_2) = \sqrt{\frac{2}{3}} E_d \left( a e^{j0} + b e^{j\frac{\pi}{3}} \right)$$

従って、 $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  と三相電圧の間には次の関係がある。

$$a = \frac{v_u - v_v}{E_d}, \quad b = \frac{v_v - v_w}{E_d}$$

三相 PWM を三角波比較方式で行う場合の選択ベクトルを下図に示す。



キャリア周期  $T$  における  $v_1$  および  $v_2$  の選択比率をそれぞれ  $a$ ,  $b$  とすると三角波と比較する変調率信号  $m_u$ ,  $m_v$ ,  $m_w$  の間に次の関係が成り立つ。

$$a \frac{T}{2} : b \frac{T}{2} : \frac{T}{2} = (m_u - m_v) : (m_v - m_w) : 2$$

また、電圧制御の範囲を広くとるためには、飽和までの余裕度、正側  $1 - m_u$ 、負側  $m_w + 1$  が同じとなると都合がよい。即ち、

$$m_u = -m_w$$

これらの関係を組み合わせると、

$$a = \frac{v_u - v_v}{E_d} = \frac{m_u - m_v}{2} \quad b = \frac{v_v - v_w}{E_d} = \frac{m_v - m_w}{2}$$

変調度について解くと、

$$m_u = \frac{1}{2} \frac{v_u - v_w}{E_d/2} = \frac{1}{2} \frac{v_u + (v_u + v_v)}{E_d/2} = \frac{v_u + v_v/2}{E_d/2}$$

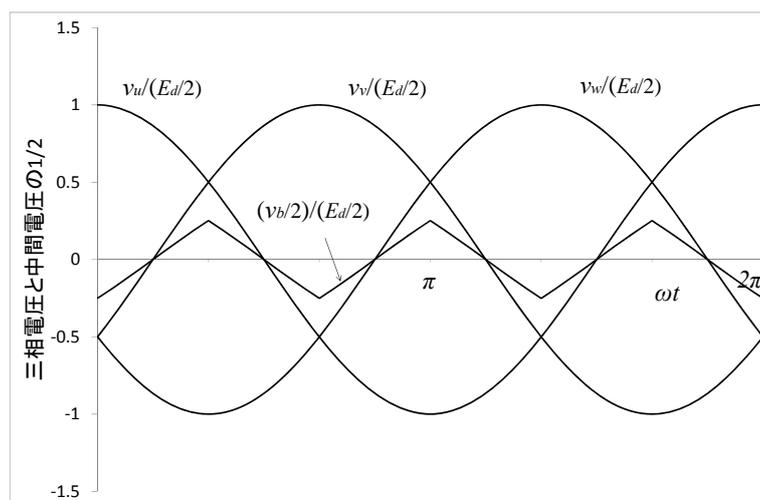
$$m_v = \frac{1}{2} \frac{2v_v - v_u - v_w}{E_d/2} = \frac{1}{2} \frac{2v_v + v_v}{E_d/2} = \frac{v_v + v_v/2}{E_d/2}$$

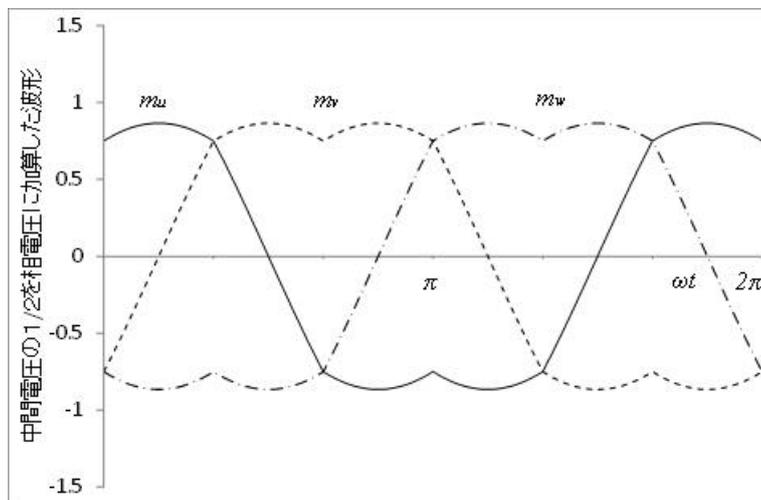
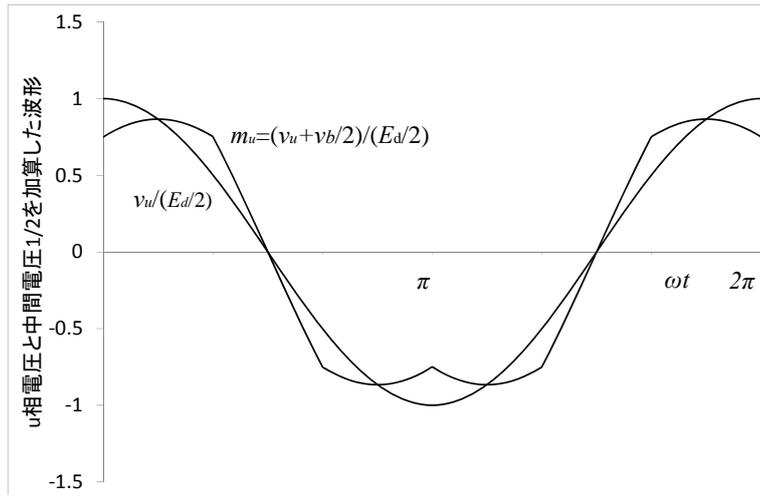
$$m_w = \frac{1}{2} \frac{v_w - v_u}{E_d/2} = \frac{1}{2} \frac{v_w + (v_v + v_w)}{E_d/2} = \frac{v_w + v_v/2}{E_d/2}$$

この結果を見ると、中間の電圧 ( $v_v$ ) の  $1/2$  をコモンモード電圧として加算し、各相の変調度を計算すればよいことが分かる。

この中間電圧  $1/2$  加算により、空間ベクトル変調と同等な PWM を実現することができ、平均的に、六角形の内部の任意の電圧ベクトルを出力することができる。

中間電圧  $1/2$  方式での電圧指令値と変調率信号の波形の一例を下図に示す。電圧指令値が三相正弦波の場合であるが、中間電圧の  $1/2$  を加算することにより、変調信号の波高値を低減できていることがわかる。





### 3 レベルインバータ

富士電機の別途資料参照

各アームが零電圧（直流電圧の midpoint）を出力できることにより、下記のメリットが発生

- 1) コモンモード電圧の低減、従って、EMC の改善
- 2) スイッチング損失の低減
- 3) 電流リップルの低減

従来、回路構成が複雑となるデメリットのため、大容量以外で利用されていないが、モジュール化も進んでおり、今後は広く使われる可能性が高い。

## デッドタイムによる電圧制御誤差

- 各相で上下の IGBT が同時にオンしないよう、通常、オン信号の立ち上がりを少し遅らせる。この時間をデッドタイム  $t_{dead}$  と呼ぶ。
- デッドタイムの間は上下いずれの IGBT もオフとなるため、見かけ上、出力電圧は不定となる。実際には負荷インダクタンスのために出力電流が瞬時に零となることはなく、IGBT に逆並列に接続されているダイオードを通して直流電源に還流することになる。
- スイッチング時の相電流瞬時値が正の場合
  - 上側の IGBT から下側の IGBT への切り替え：  
相電流を流している上の IGBT をターンオフすると自動的に下のダイオードがオンとなり、出力電圧が  $E_d/2$  から  $-E_d/2$  に切り替わるため、デッドタイムの影響は生じない。
  - 下側の IGBT から上側の IGBT への切り替え：  
下の IGBT には電流は流れておらず、逆並列のダイオードを通して電流が流れているため、下の IGBT をオフとしても出力電圧は  $-E_d/2$  のままであり、上の IGBT をターンオンして初めて出力電圧が  $E_d/2$  に切り替わる。  
この結果、キャリア周期  $T$  での平均出力電圧は  $E_d \cdot (t_{dead}/T)$  だけ低下する。
- スイッチング時の相電流瞬時値が負の場合
  - 上側の IGBT から下側の IGBT への切り替え：  
上の IGBT には電流は流れておらず、逆並列のダイオードを通して電流が流れているため、上の IGBT をターンオフしても出力電圧は  $E_d/2$  のままであり、下の IGBT をターンオンして初めて  $-E_d/2$  に切り替わる。  
この結果、キャリア周期  $T$  での平均出力電圧は  $E_d \cdot (t_{dead}/T)$  だけ増加する。
  - 下側の IGBT から上側の IGBT への切り替え：  
相電流を流している下の IGBT をターンオフすると自動的に上のダイオードがオンとなり、出力電圧が  $E_d/2$  から  $-E_d/2$  に切り替わるため、デッドタイムの影響は生じない。
- スイッチング時の相電流瞬時値が零の場合  
デッドタイム期間では前の出力電圧が維持されるため、出力したい電圧とは極性がことなるが、2つの切り替えでの平均電圧の誤差がキャンセルし、キャリア周期での平均出力電圧誤差は零となる。

○以上のことを総合すると

- 1) デッドタイムによる電圧制御誤差はスイッチング時の電流値に依存する。  
特に、電流が小さい領域で大ききく変化する。
- 2) IGBT やダイオードのオン電圧も電圧制御誤差の原因となる。
- 3) 相電圧の制御誤差（指令値電圧－実際の平均出力電圧）は、下図のようにスイッチング時の相電流瞬時値により定まる。

