

## 第5回パワエレ・セミナー「テーマ2：PWMと電流制御」

2015年3月28日(土)13:30~16:30

於：青山学院大学相模原キャンパス L棟 L-402 教室

### 主な内容

#### 1. はじめに：本セミナーの概要と位置づけ。

これまで電動機制御を中心に4回のセミナーを実施。各要素についてもう少し詳細な説明を追加した企画をスタート。今回は、三相PWMと電流制御の考え方について、内容を絞って、分かり易い説明を心がける。

#### 2. 三相電圧形インバータ：

IGBTを用いた三相電圧形インバータの構成と動作原理について説明。空間ベクトルの考え方を適用して、出力可能な電圧ベクトルについて考察。

#### 3. PWM制御：

三相電圧形インバータのPWM制御の考え方について説明。三角波比較方式でも空間ベクトル変調と同じ性能が得られる手法（中間電圧1/2重畳法）についても分かり易く説明。実用上問題となるデッドタイムや電圧制御誤差についても説明。

#### 4. サンプル値制御の考え方：

PWMインバータにおける電流制御を考えるために必要なサンプル値制御の考え方、電圧電流方程式の離散時間での取扱いなどについて説明。

#### 5. 電流制御の実際：

非干渉制御など電流制御系の考え方、インバータの制御遅れの影響と対策（遅れを考慮した制御法）など、制御系のゲイン設計法の詳細を含め説明。

#### 6. アンケート：

基礎知識（これまでの学習内容）の状況、セミナーの内容やレベル、資料や説明方法について、今後開催を希望するテーマなどについて。

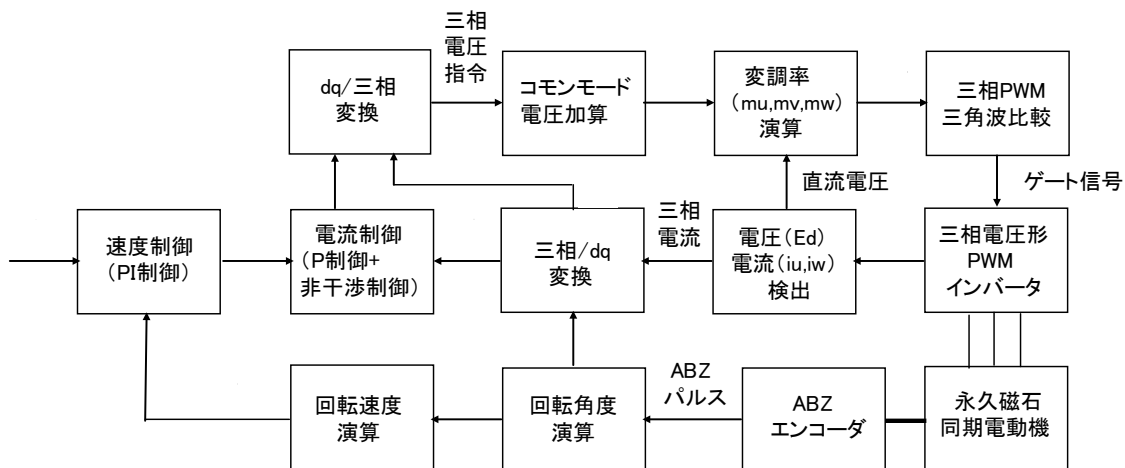
## 1. はじめに

これまでのセミナー、例えば「電動機駆動の基礎：その1」の主な内容

- 1) 空間ベクトルと三相/dq 変換
- 2) 三相電流波形と高調波
- 3) 電動機モデルの導出
- 4) 三相電圧形インバータ
- 5) 三相電圧形インバータの PWM 制御

今回のセミナーはこれらの復習と PWM と電流制御の解説を中心に進める。

### 永久磁石同期電動機の可変速駆動システムの構成（復習）



#### ○主なハードウェア

電動機（ABZ エンコーダ付）

インバータ（電流センサおよび直流電圧センサ付）

#### ○制御はワンチップマイコン（高性能、低価格）

（多機能：ABZ エンコーダ入力、AD コンバータ、PWM 機能）

○基本的には電流制御など、全ての機能を制御プログラムで実現。

○プログラミングのためには原理を確実に理解しておく必要あり。

○制御系の設計には定量的な検討が不可欠。

○このセミナーでは基本的な考え方、具体的な計算方法を解説、

「制御系設計の基礎」⇒ 数式が多くなるがご容赦を

## 空間ベクトルと三相/dq変換（復習）

### 空間ベクトルとは

#### ○基本式（三相/αβ変換）

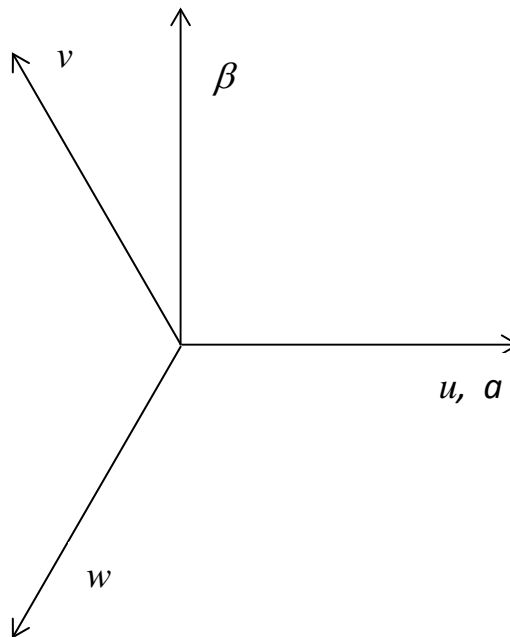
空間ベクトルの定義 
$$\mathbf{i}_{\alpha\beta} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( i_u + e^{j\frac{2\pi}{3}} \cdot i_v + e^{j\frac{4\pi}{3}} \cdot i_w \right)$$

三相3線式では  $i_u + i_v + i_w = 0$  ( $i_0 = 0$ ) であり、零相分を除いて、 $i_\alpha, i_\beta$  だけを考え、複素数で表示可能

$$\mathbf{i}_{\alpha\beta} = i_\alpha + j i_\beta = |\mathbf{i}_{\alpha\beta}| e^{j\theta} \quad e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$$

基本波のみを考える場合は、極座標表示は振幅と位相に対応。

uvw, αβの座標軸の関係



注1：複素数  $1$ 、 $e^{j\frac{2\pi}{3}}$ 、 $e^{j\frac{4\pi}{3}}$  は各相の固定子巻線（正弦波分布を仮定）に正の電流を流した場合にギャップの起磁力（回転子から固定子に向かう方向を正とする）が最大となる方向を表すもので、三相交流で良く使われるフェーズとは異なる。

注2：例えば、三相電流のフェザー  $i_u = I$ 、 $i_v = Ie^{-j\frac{2\pi}{3}}$ 、 $i_w = Ie^{-j\frac{4\pi}{3}}$  は正弦波波形の実効値と位相を複素数で表したものであり、それぞれ、  
 $i_u = \sqrt{2}I \cos(\omega t)$ 、 $i_v = \sqrt{2}I \cos(\omega t - 2\pi/3)$ 、 $i_w = \sqrt{2}I \cos(\omega t - 4\pi/3)$  に対応するものである。

注3：交流フェザーは角周波数  $\omega$  が一定の正弦波のみ考えるのに対し、空間ベクトルでの三相電圧・電流は瞬時値（高調波を含む任意の波形）を考える。ただし、三相電流あるいは三相電圧の合計は零とする。

注4：三相電流あるいは三相電圧にコモンモード成分が含まれていても、  
 $1 + e^{j\frac{2\pi}{3}} + e^{j\frac{4\pi}{3}} = 0$  であることから、空間ベクトルには反映されない。

### ○空間ベクトル（複素数）の内積

複素数を、単位ベクトルとして1およびjを持つベクトルと考え、内積（演算子を●で表す）を計算する。

基本

$$\mathbf{x} = a + jb = xe^{j\alpha}, \quad \mathbf{y} = c + jd = ye^{j\beta}$$

$$\mathbf{x} \bullet \mathbf{y} = ac + bd = xy \cos(\alpha - \beta)$$

大切な関係式

$$1 \bullet 1 = e^{j\frac{2\pi}{3}} \bullet e^{j\frac{2\pi}{3}} = e^{j\frac{4\pi}{3}} \bullet e^{j\frac{4\pi}{3}} = 1$$

$$1 \bullet e^{j\frac{2\pi}{3}} = e^{j\frac{2\pi}{3}} \bullet e^{j\frac{4\pi}{3}} = 1 \bullet e^{j\frac{4\pi}{3}} = -\frac{1}{2}$$

$$(\mathbf{x} + \mathbf{y}) \bullet \mathbf{z} = \mathbf{x} \bullet \mathbf{z} + \mathbf{y} \bullet \mathbf{z}$$

これらの関係を用いると

$$\mathbf{i}_{\alpha\beta} \bullet \mathbf{1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( i_u + e^{j\frac{2\pi}{3}} \cdot i_v + e^{j\frac{4\pi}{3}} \cdot i_w \right) \bullet \mathbf{1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( i_u - \frac{1}{2}(i_v + i_w) \right) = \sqrt{\frac{3}{2}} i_u$$

$$\Rightarrow i_u = \sqrt{\frac{2}{3}} (\mathbf{i}_{\alpha\beta} \bullet \mathbf{1}) = \sqrt{\frac{2}{3}} \text{Re}(\mathbf{i}_{\alpha\beta})$$

同様に

$$i_v = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( \mathbf{i}_{\alpha\beta} \bullet e^{j\frac{2\pi}{3}} \right) = \sqrt{\frac{2}{3}} \operatorname{Re} \left( \mathbf{i}_{\alpha\beta} e^{-j\frac{2\pi}{3}} \right), \quad i_w = \sqrt{\frac{2}{3}} \operatorname{Re} \left( \mathbf{i}_{\alpha\beta} e^{-j\frac{4\pi}{3}} \right)$$

○電圧・電流とも同じ変換式に従う。

$$\mathbf{i}_{\alpha\beta} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( i_u + e^{j\frac{2\pi}{3}} \cdot i_v + e^{j\frac{4\pi}{3}} \cdot i_w \right) \quad \mathbf{v}_{\alpha\beta} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( v_u + e^{j\frac{2\pi}{3}} \cdot v_v + e^{j\frac{4\pi}{3}} \cdot v_w \right)$$

○三相の瞬時電力は電圧ベクトルと電流ベクトルの内積

$$\begin{aligned} p(t) &= \mathbf{v}_{\alpha\beta} \bullet \mathbf{i}_{\alpha\beta} \\ &= \frac{2}{3} \left( v_u + e^{j\frac{2\pi}{3}} \cdot v_v + e^{j\frac{4\pi}{3}} \cdot v_w \right) \bullet \left( i_u + e^{j\frac{2\pi}{3}} \cdot i_v + e^{j\frac{4\pi}{3}} \cdot i_w \right) \\ &= \frac{2}{3} \left[ v_u \left( i_u - \frac{1}{2} i_v - \frac{1}{2} i_w \right) + v_v \left( i_v - \frac{1}{2} i_w - \frac{1}{2} i_u \right) + v_w \left( i_w - \frac{1}{2} i_u - \frac{1}{2} i_v \right) \right] \\ &= v_u i_u + v_v i_v + v_w i_w \end{aligned}$$

注5： $\alpha\beta$ 変換の係数 $\sqrt{2/3}$ は絶対変換（変換の前後で電力が変化しない）となるように選んだ結果である。即ち、電圧と電流が同じ変換式に従い、三相全体の電力が電圧ベクトルと電流ベクトルの内積で簡単に計算できるように選んだ結果である。

注6：三相電流を次式で与えると、

$$i_u = \sqrt{2}I \cos(\omega t), \quad i_v = \sqrt{2}I \cos(\omega t - 2\pi/3), \quad i_w = \sqrt{2}I \cos(\omega t - 4\pi/3)$$

対応する空間ベクトルは  $\mathbf{i}_{\alpha\beta} = \sqrt{3}I e^{j\omega t}$  となる。即ち、空間ベクトルの大きさは線電流の実効値の $\sqrt{3}$ となる。電圧の場合は線間電圧実効値。

### 同期回転座標(dq座標)とは（復習）

回転磁界に同期して回転する dq 座標（同期回転座標）から見ると、基本波の電圧・電流の空間ベクトルが静止（直流）して見えるため解析が簡単となる。

○基本式 (α β / dq 変換)

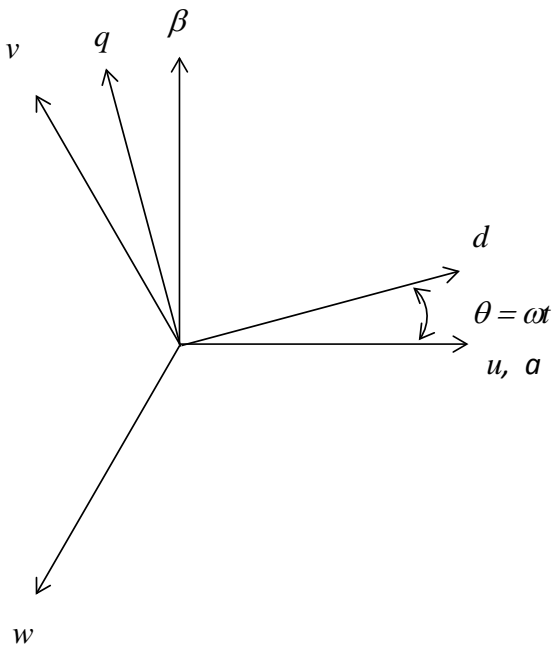
$$\mathbf{i}_{dq} = e^{-j\omega t} \mathbf{i}_{\alpha\beta}, \quad \mathbf{v}_{dq} = e^{-j\omega t} \mathbf{v}_{\alpha\beta}$$

$$\Rightarrow \mathbf{i}_{\alpha\beta} = e^{j\omega t} \mathbf{i}_{dq}, \quad \mathbf{v}_{\alpha\beta} = e^{j\omega t} \mathbf{v}_{dq}$$

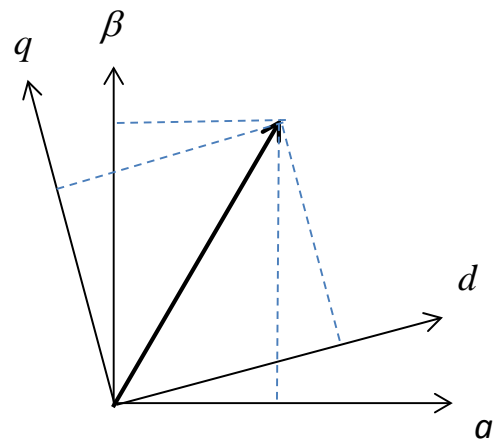
ただし、α 軸に対する d 軸の角度を  $\theta = \omega t$  とする。一例として

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_{\alpha\beta} &= \sqrt{3} I e^{j\omega t} \\ \mathbf{i}_{dq} &= e^{-j\omega t} \mathbf{i}_{\alpha\beta} = \sqrt{3} I \end{aligned} \quad \begin{aligned} i_u &= \sqrt{\frac{2}{3}} \operatorname{Re}(\mathbf{i}_{\alpha\beta}) = \sqrt{2} I \cos(\omega t), \\ i_v &= \sqrt{\frac{2}{3}} \operatorname{Re}(\mathbf{i}_{\alpha\beta} e^{-j2\pi/3}) = \sqrt{2} I \cos(\omega t - 2\pi/3) \\ i_w &= \sqrt{\frac{2}{3}} \operatorname{Re}(\mathbf{i}_{\alpha\beta} e^{-j4\pi/3}) = \sqrt{2} I \cos(\omega t - 4\pi/3) \end{aligned}$$

dq 軸、α β 軸、三相の関係



dq 軸およびα β 軸から見た空間ベクトルの成分



注1 : 回転する  $\mathbf{i}_{\alpha\beta}, \mathbf{v}_{\alpha\beta}$  に  $e^{-j\omega t}$  を乗ずると静止した  $\mathbf{i}_{dq}, \mathbf{v}_{dq}$  に変換され、逆に、静止した  $\mathbf{i}_{dq}, \mathbf{v}_{dq}$  に  $e^{j\omega t}$  を乗ずると回転する  $\mathbf{i}_{\alpha\beta}, \mathbf{v}_{\alpha\beta}$  に変換されると考えると忘れない。

注2 : 座標軸の動きとその座標から見えるベクトルの動きは逆になることに注意。同じ空間ベクトルであっても、回転している dq 座標から見ると静

止したベクトル $\mathbf{i}_{dq}, \mathbf{v}_{dq}$ となり、静止した $\alpha \beta$ 座標から見ると回転するベクトル $\mathbf{i}_{\alpha\beta}, \mathbf{v}_{\alpha\beta}$ となる。

注3：同様に、 $u$ 相軸の方向に比べ、 $v$ 相軸の方向は $2\pi/3$ だけ空間位相が進んでおり、 $w$ 相軸の方向は $4\pi/3$ だけ空間位相が進んでいるが、回転する空間ベクトル $\mathbf{i}_{\alpha\beta}$ を各軸から見た正弦波電流波形を比較すると、 $i_u$ に比べ、 $i_v$ は $2\pi/3$ だけ位相が遅れており、 $i_w$ は $4\pi/3$ だけ位相が遅れている。

注4：複素数を用いて空間ベクトルを表現すると、回転座標変換を簡単に表現することができる。行列を用いると分かりにくい。逆行列も単なる除算となる。

$$i_{dq} = e^{-j\omega t} i_{\alpha\beta} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \omega t & \sin \omega t \\ -\sin \omega t & \cos \omega t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix}$$

$$i_{\alpha\beta} = e^{j\omega t} i_{dq} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \omega t & -\sin \omega t \\ \sin \omega t & \cos \omega t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{e^{-j\omega t}} = e^{j\omega t} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \cos \omega t & \sin \omega t \\ -\sin \omega t & \cos \omega t \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \omega t & -\sin \omega t \\ \sin \omega t & \cos \omega t \end{bmatrix}$$

### 永久磁石同期電動機の基本式（復習）

○三相を1つの式で表現 ( $i_u + i_v + i_w = 0$ とする)

$$v_u = r i_u + p(l + M) i_u - \frac{1}{2} p M (i_v + i_w) + e_u$$

$$v_v = r i_v + p(l + M) i_v - \frac{1}{2} p M (i_w + i_u) + e_v$$

$$v_w = r i_w + p(l + M) i_w - \frac{1}{2} p M (i_u + i_v) + e_w$$

$$\Rightarrow \mathbf{v}_{\alpha\beta} = r \mathbf{i}_{\alpha\beta} + p \left( l + \frac{3}{2} M \right) \mathbf{i}_{\alpha\beta} + \mathbf{e}_{\alpha\beta}$$

$$\Rightarrow \mathbf{v}_{\alpha\beta} = r \mathbf{i}_{\alpha\beta} + p L \mathbf{i}_{\alpha\beta} + \mathbf{e}_{\alpha\beta}$$

$$\text{ただし、 } p = \frac{d}{dt}, \quad L = l + \frac{3}{2}M$$

注5 : 相間の相互誘導により、各相の有効インダクタンス  $M$  は  $3/2$  倍されて  $L$  にあられる。

○dq 軸での電圧・電流方程式

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{\alpha\beta} &= r\mathbf{i}_{\alpha\beta} + p(\mathbf{L}\mathbf{i}_{\alpha\beta}) + \mathbf{e}_{\alpha\beta} \\ \Rightarrow (e^{j\omega t}\mathbf{v}_{dq}) &= r(e^{j\omega t}\mathbf{i}_{dq}) + p(Le^{j\omega t}\mathbf{i}_{dq}) + (e^{j\omega t}\mathbf{e}_{dq}) \\ \Rightarrow \mathbf{v}_{dq} &= e^{-j\omega t}r(e^{j\omega t}\mathbf{i}_{dq}) + e^{-j\omega t}p(Le^{j\omega t}\mathbf{i}_{dq}) + e^{-j\omega t}(e^{j\omega t}\mathbf{e}_{dq}) \\ \Rightarrow \mathbf{v}_{dq} &= r\mathbf{i}_{dq} + (p + j\omega)(\mathbf{L}\mathbf{i}_{dq}) + \mathbf{e}_{dq} \end{aligned}$$

結果としては、 $\alpha\beta \Rightarrow dq$ ,  $p \Rightarrow (p + j\omega)$  とすればよい。

また、永久磁石による磁束を  $\phi_m$  とすると、 $\mathbf{e}_{dq} = j\omega\phi_m$  である。

○突極形 (IPM など) の場合は dq 軸でインダクタンスが異なることを考慮。

$$\mathbf{v}_{dq} = r\mathbf{i}_{dq} + (p + j\omega)(L_d i_d + jL_q i_q) + j\omega\phi_m$$

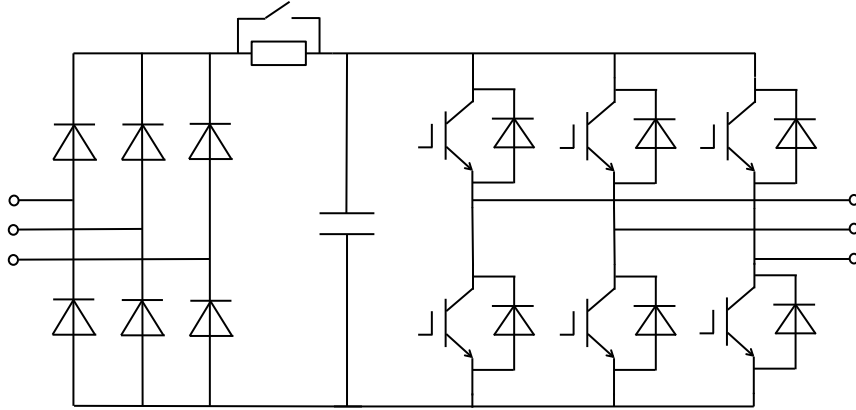
dq 軸の成分に分解すると

$$\begin{aligned} v_d + jv_q &= r(i_d + ji_q) + (p + j\omega)(L_d i_d + jL_q i_q) + j\omega\phi_m \\ \Rightarrow v_d &= ri_d + p(L_d i_d) - \omega L_q i_q \\ v_q &= ri_q + \omega L_d i_d + p(L_q i_q) + \omega\phi_m \end{aligned}$$



## 2. 三相電圧形インバータ

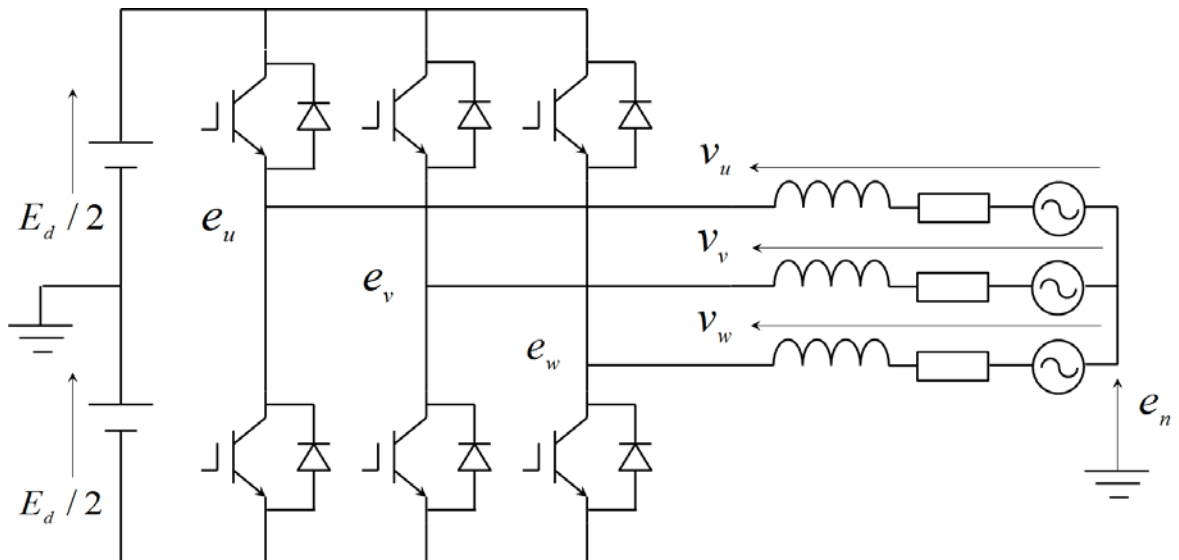
三相電圧形インバータの主回路構成を下図に示す。



インバータの構成

各相で上の素子がオンか下の素子がオンか ( $2^3=8$  の場合) によって、出力電圧ベクトルが決定される。コモンモード電圧を差し引いた電圧が有効な三相出力電圧 (負荷の中性点を基準とする) となる。

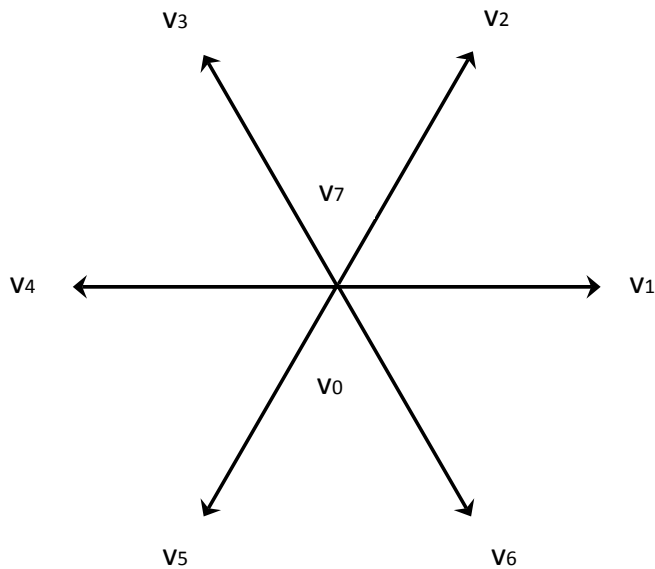
インバータのモデルと各部電圧の定義を下図に示す。



## インバータが出力可能な瞬時電圧

ベクトル	オンの素子			直流中点からの電圧			コモンモード電圧	三相出力電圧			$v_{\alpha\beta}$	
	u相	v相	w相	eu	ev	ew	$e_n=(eu+ev+ew)/3$	vu	vv	vw	絶対値	角度
V0	下	下	下	-Ed/2	-Ed/2	-Ed/2	-Ed/2	0	0	0	0	-
V1	上	下	下	Ed/2	-Ed/2	-Ed/2	-Ed/6	2Ed/3	-Ed/3	-Ed/3	$\sqrt{\frac{2}{3}}E_d$	0
V2	上	上	下	Ed/2	Ed/2	-Ed/2	Ed/6	Ed/3	Ed/3	-2Ed/3		$\pi/3$
V3	下	上	下	-Ed/2	Ed/2	-Ed/2	-Ed/6	-Ed/3	2Ed/3	-Ed/3		$2\pi/3$
V4	下	上	上	-Ed/2	Ed/2	Ed/2	Ed/6	-2Ed/3	Ed/3	Ed/3		$\pi$
V5	下	下	上	-Ed/2	-Ed/2	Ed/2	-Ed/6	-Ed/3	-Ed/3	2Ed/3		$4\pi/3$
V6	上	下	上	Ed/2	-Ed/2	-Ed/2	Ed/6	Ed/3	-2Ed/3	Ed/3		$5\pi/3$
V7	上	上	上	Ed/2	Ed/2	Ed/2	Ed/2	0	0	0	0	-

○三相電圧形インバータが瞬時値として出力可能な電圧ベクトルは6角形の頂点と中心（原点）のみ。



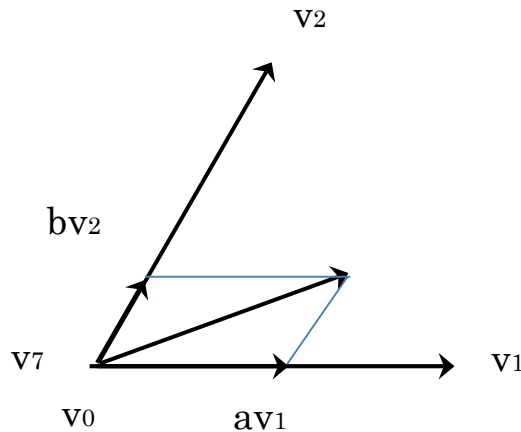
$$\mathbf{v}_0 = 0, \mathbf{v}_1 = \sqrt{\frac{2}{3}}E_d e^{j0}, \mathbf{v}_2 = \sqrt{\frac{2}{3}}E_d e^{j\pi/3}, \mathbf{v}_3 = \sqrt{\frac{2}{3}}E_d e^{j2\pi/3}$$

$$\mathbf{v}_4 = \sqrt{\frac{2}{3}}E_d e^{j\pi}, \mathbf{v}_5 = \sqrt{\frac{2}{3}}E_d e^{j4\pi/3}, \mathbf{v}_6 = \sqrt{\frac{2}{3}}E_d e^{j5\pi/3}, \mathbf{v}_7 = 0$$

### 3. PWM制御

#### 3.1 基本的な考え方

- PWMは出力可能な電圧ベクトルを組み合わせ、その時間（パルス幅）の比率を調整し、キャリア周期内での平均的な電圧ベクトルを制御する。
- 六角形の内部の任意の電圧ベクトルはそれを囲む3点（中心と2つの頂点）に相当する電圧ベクトルを組み合わせ、平均値として実現。



- $\mathbf{v}_{\alpha\beta}$ が  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_0(\mathbf{v}_7)$  で囲まれる領域（上図）にある場合について考える。  
この時、 $v_u \geq v_v \geq v_w$  の関係がある。電圧の空間ベクトルは次式のように変換できる。ただし、 $\mathbf{v}_{\alpha\beta}, v_u, v_v, v_w$  はキャリア周期での平均値とする。

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{\alpha\beta} &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left( v_u e^{j0} + v_v e^{\frac{j2\pi}{3}} + v_w e^{\frac{j4\pi}{3}} \right) = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( v_u e^{j0} - v_v \left( e^{j0} + e^{\frac{j4\pi}{3}} \right) + v_w e^{\frac{j4\pi}{3}} \right) \\ &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left( (v_u - v_v) e^{j0} - (v_v - v_w) e^{\frac{j4\pi}{3}} \right) \\ &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left( (v_u - v_v) e^{j0} + (v_v - v_w) e^{\frac{j\pi}{3}} \right) \end{aligned}$$

一方、図より次式が成り立つ。

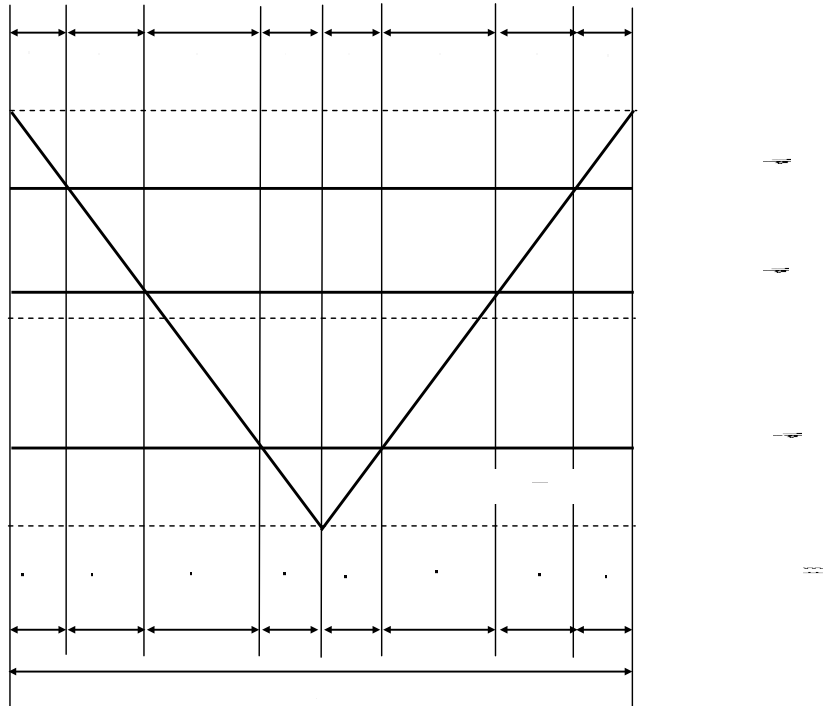
$$\mathbf{v}_{\alpha\beta} = (a\mathbf{v}_1 + b\mathbf{v}_2) = \sqrt{\frac{2}{3}} E_d \left( a e^{j0} + b e^{\frac{j\pi}{3}} \right)$$

従って、 $a, b$  と  $v_u, v_v, v_w$  の間には次の関係がある。

$$a = \frac{v_u - v_v}{E_d} \quad b = \frac{v_v - v_w}{E_d}$$

### 3.2 三角波比較方式（中間電圧 1/2 加算方式）

三相 PWM を三角波比較方式（中間電圧 1/2 加算）で行う場合の選択ベクトルを下図に示す。



選択比率  $a, b$  と変調率  $m_u, m_v, m_w$  の間に次の関係が成り立つ。

$$a \frac{T}{2} : b \frac{T}{2} : \frac{T}{2} = (m_u - m_v) : (m_v - m_w) : 2$$

また、電圧制御の範囲を広くとるためには、飽和までの余裕度、正側  $1 - m_u$ 、負側  $m_w + 1$  が同じとなると都合がよい。即ち、 $m_u = -m_w$

これらの関係を組み合わせると、

$$a = \frac{v_u - v_v}{E_d} = \frac{m_u - m_v}{2} \quad b = \frac{v_v - v_w}{E_d} = \frac{m_v - m_w}{2}$$

ここで、 $v_u + v_v + v_w = 0$ 、 $m_u = -m_w$  の関係を用いて、変調度について解く

と次式が得られる。

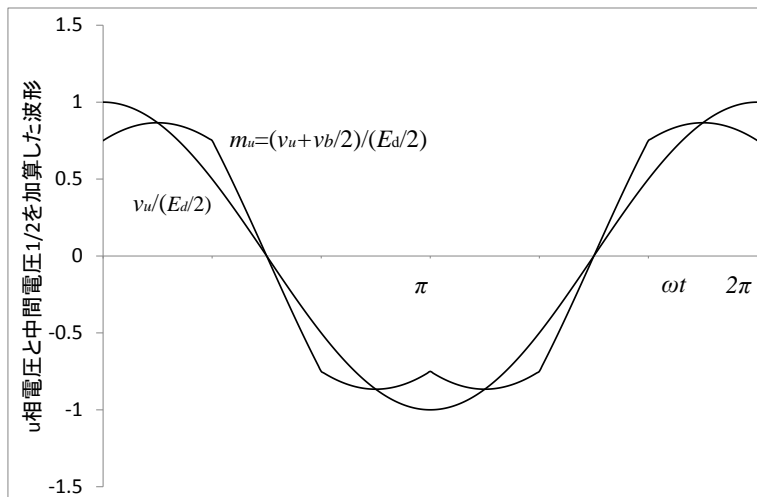
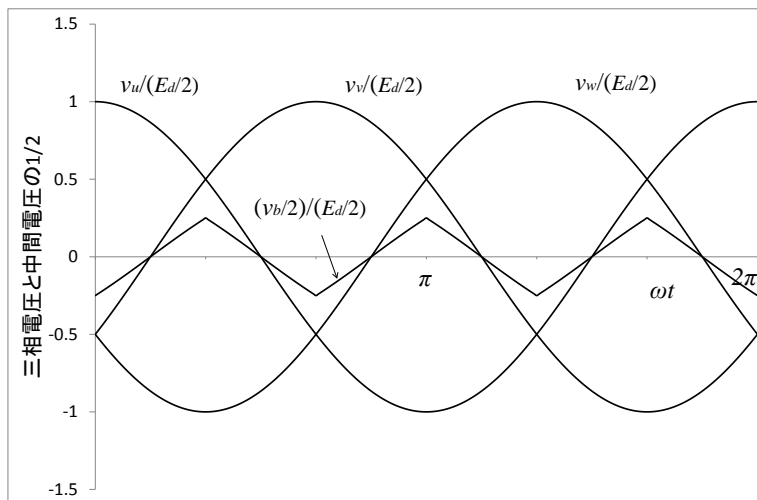
$$m_u = a + b = \frac{1}{2} \frac{v_u - v_w}{E_d/2} = \frac{1}{2} \frac{v_u + (v_u + v_v)}{E_d/2} = \frac{v_u + v_v/2}{E_d/2}$$

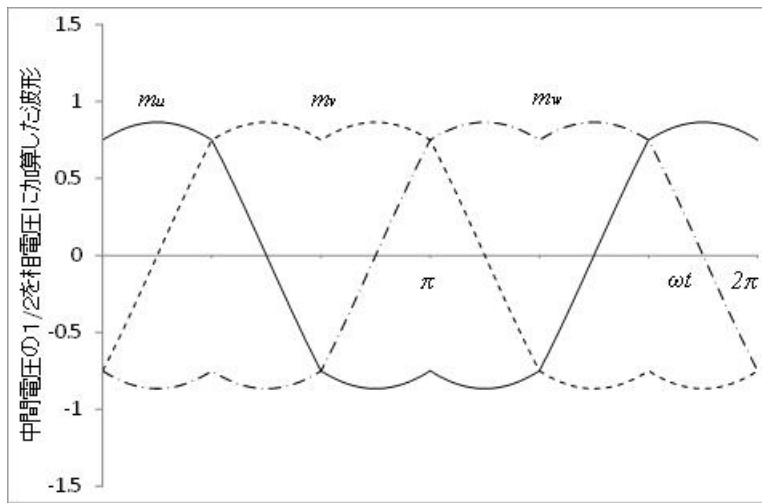
$$m_v = b - a = \frac{1}{2} \frac{2v_v - v_u - v_w}{E_d/2} = \frac{1}{2} \frac{2v_v + v_v}{E_d/2} = \frac{v_v + v_v/2}{E_d/2}$$

$$m_w = -m_u = \frac{1}{2} \frac{v_w - v_u}{E_d/2} = \frac{1}{2} \frac{v_w + (v_v + v_w)}{E_d/2} = \frac{v_w + v_v/2}{E_d/2}$$

この結果を見ると、中間の電圧 ( $v_v$ ) の  $1/2$  をコモンモード電圧として加算し、各相の変調度を計算すればよいことが分かる。

○指令値が三相正弦波の場合、中間電圧  $1/2$  加算を行った波形を以下に示す。





このように、変調度の波高値が低減され、結果として先に示した6つの空間ベクトルを頂点とする六角形の内部で自由に電圧ベクトルを出力することができる。

#### ○中間電圧 1/2 加算方式の特徴

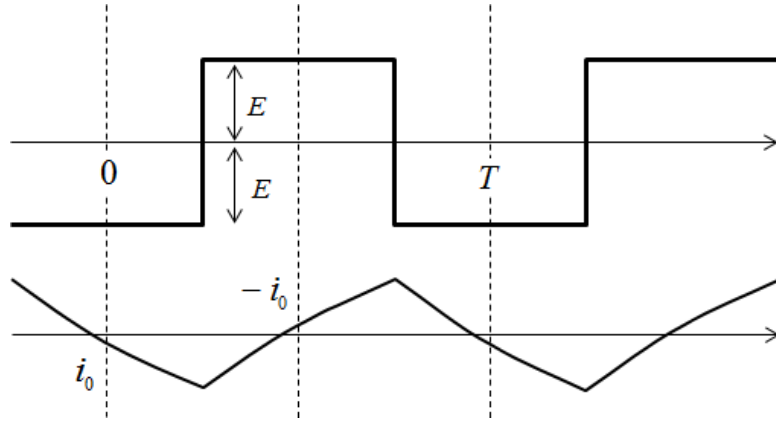
- 三角波比較方式で空間ベクトル変調と同等な性能を持つ。
- 零ベクトルを均等に配分しており、電流リップルを小さくし、三角波の頂点での電流検出への電流リップルの影響を防止できる。
- 中間電圧の選定とその 1/2 を加算する簡単な演算を行うのみで、出力ベクトルによる領域分けなどは不要。
- 指令値が三相正弦波である必要はなく、瞬時的な変化にも対応可能。
- 過変調領域での運転も容易。

### 3.3 PWMによる電流リップルについて

#### ○簡単な波形に対する電流リップルの計算例（準備）

図のような定常的な電圧波形が誘導性負荷に印加された場合について、電流リップルを計算すると

$$i(t) = \begin{cases} i_0 e^{-\frac{r}{l}t} - \frac{E}{r}(1 - e^{-\frac{r}{l}t}), & 0 \leq t \leq \frac{T}{4} \\ i_0 e^{-\frac{r}{l}t} - \frac{E}{r}(1 - e^{-\frac{r}{l}t}) + \frac{2E}{r}(1 - e^{-\frac{r}{l}(\frac{T}{4}-t)}), & \frac{T}{4} \leq t \leq \frac{T}{2} \end{cases}$$



また、波形の周期性より次式が成り立つ。

$$i(T/2) = -i_0 = i_0 e^{-\frac{rT}{\ell^2}} - \frac{E}{r} \left(1 - e^{-\frac{rT}{\ell^2}}\right) + \frac{2E}{r} \left(1 - e^{-\frac{rT}{\ell^4}}\right)$$

この関係より、初期値  $i_0$  を求めると次の結果を得る。

$$i_0 \left(1 + e^{-\frac{rT}{\ell^2}}\right) = -\frac{E}{r} - \frac{E}{r} \left(e^{-\frac{rT}{\ell^2}} - 2e^{-\frac{rT}{\ell^4}}\right)$$

$$i_0 = -\frac{E}{r} \frac{1 + e^{-\frac{rT}{\ell^2}} - 2e^{-\frac{rT}{\ell^4}}}{1 + e^{-\frac{rT}{\ell^2}}} \approx -\frac{E}{r} \frac{T}{4} \left(\frac{rT}{\ell^4}\right) = \left(\frac{rT}{\ell^4}\right) \times i(T/4)$$

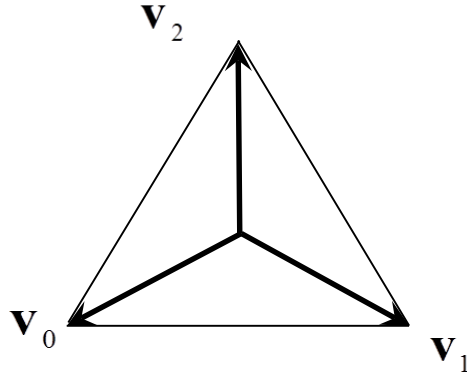
上式より、 $i_0$  は電流リップルの大きさ  $i(T/4)$  の  $\left(\frac{rT}{\ell^4}\right)$  倍となることが判る。

$$\text{一例として、} \left(\frac{rT}{\ell^4}\right) < 0.01 \Rightarrow r < 0.04 \frac{\ell}{T} = 0.04 \frac{5 \times 10^{-3}}{200 \times 10^{-6}} = 1.0 [\Omega]$$

◎このように抵抗が十分小さければ、電流リップル成分の電流検出値への影響は無視できる。

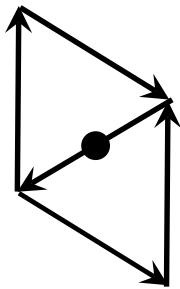
○三相PWMでの電流リップルの例

抵抗が無視できる場合の電流リップルは電圧の瞬時値から平均値を差し引いた電圧リップルを積分することにより求めることができる。

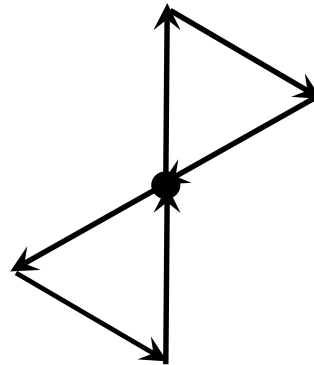


図のように平均電圧ベクトル  $\mathbf{v}_{\alpha\beta}$  が3つの瞬時ベクトルの重心の位置にある場合の電流リップルを求めると、下図のようになる。なお、丸印はサンプル時点（三角波の頂点）の位置であり、各矢印の大きさは次式で与えられる。

$$\frac{1}{l} \sqrt{\frac{2}{3}} E_d \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{T}{6} = \frac{\sqrt{2} E_d T}{18 l}$$



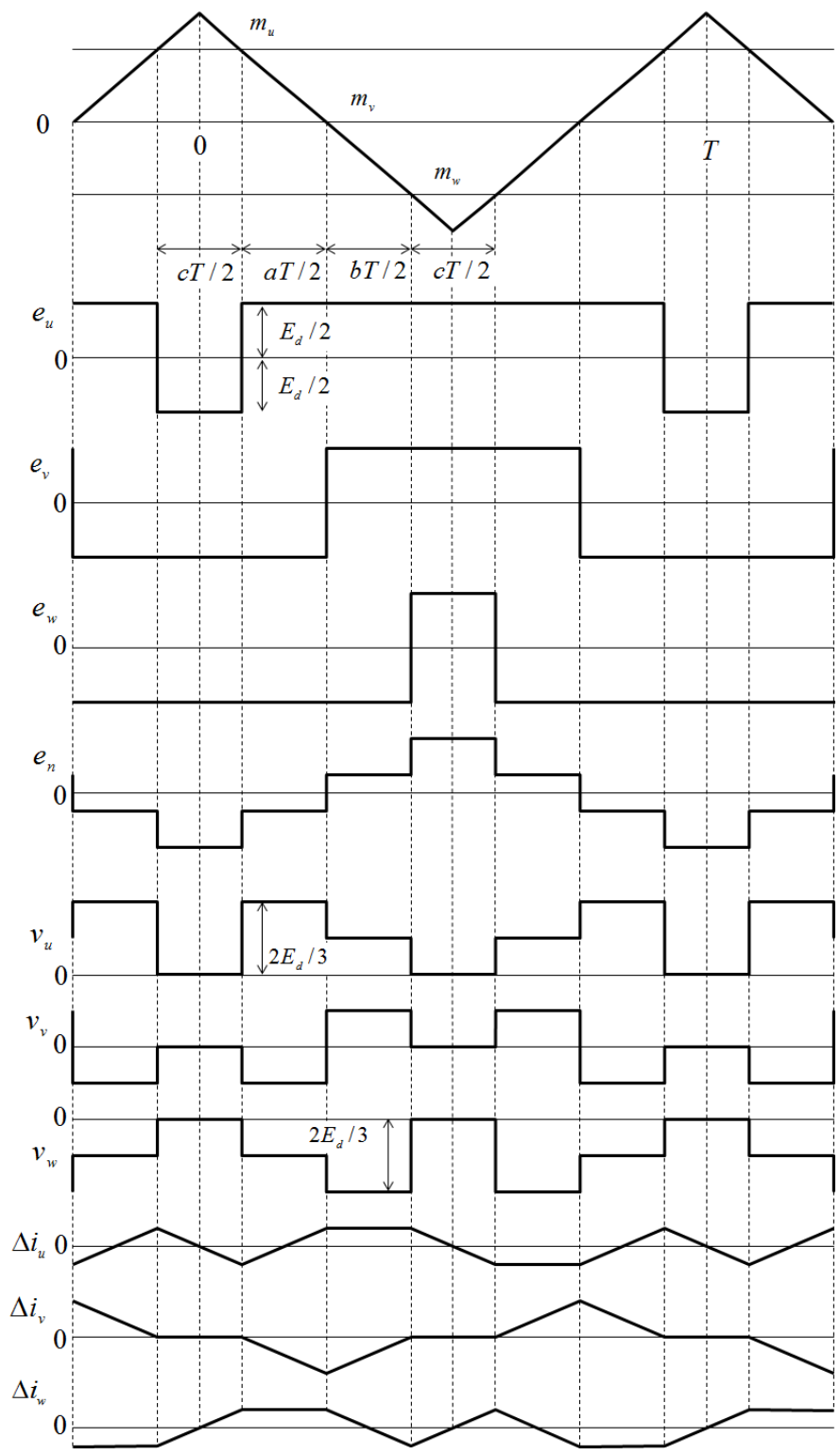
中間電圧 1/2 加算方式の場合



零ベクトルを集中させた場合

中間電圧 1/2 加算方式の場合について、各部の電圧波形および電流リップル波形の一例を下記に示す。



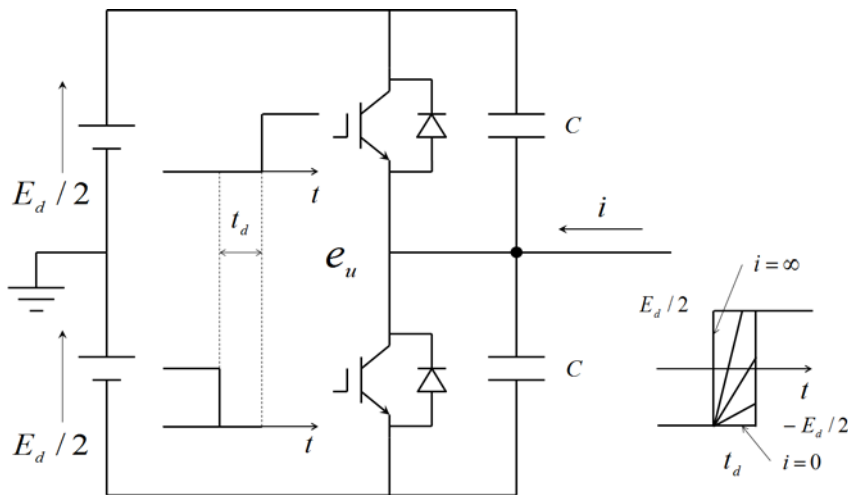


### 3.4 デッドタイムによる電圧誤差について

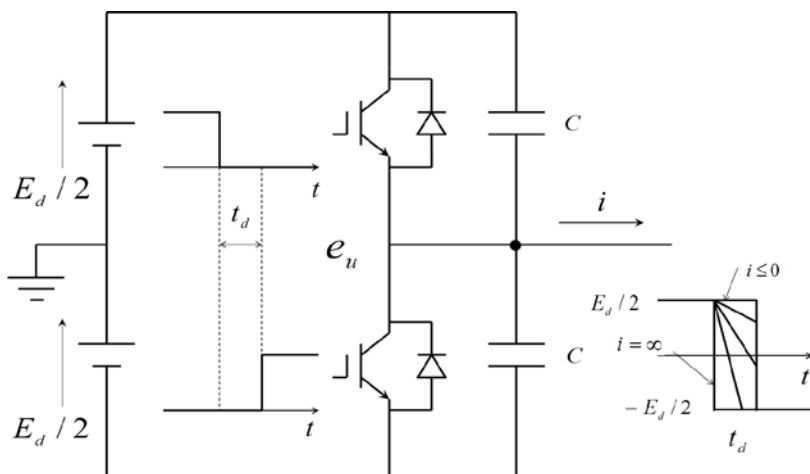
○各相で上下の IGBT が同時にオンしないよう、通常、オン信号の立ち上がりを少し遅らせる。この時間をデッドタイムと呼ぶ。

○デッドタイムの間は上下いずれの IGBT もオフとなるが、IGBT の出力容量の影響を考慮すると、各素子の電圧は瞬時には変化できず、負荷電流の極性や大きさに依存して変化することになる。以下に単純化モデル（スイッチング時間は十分短い、出力容量は一定、負荷電流は一定）での各部波形を示す。

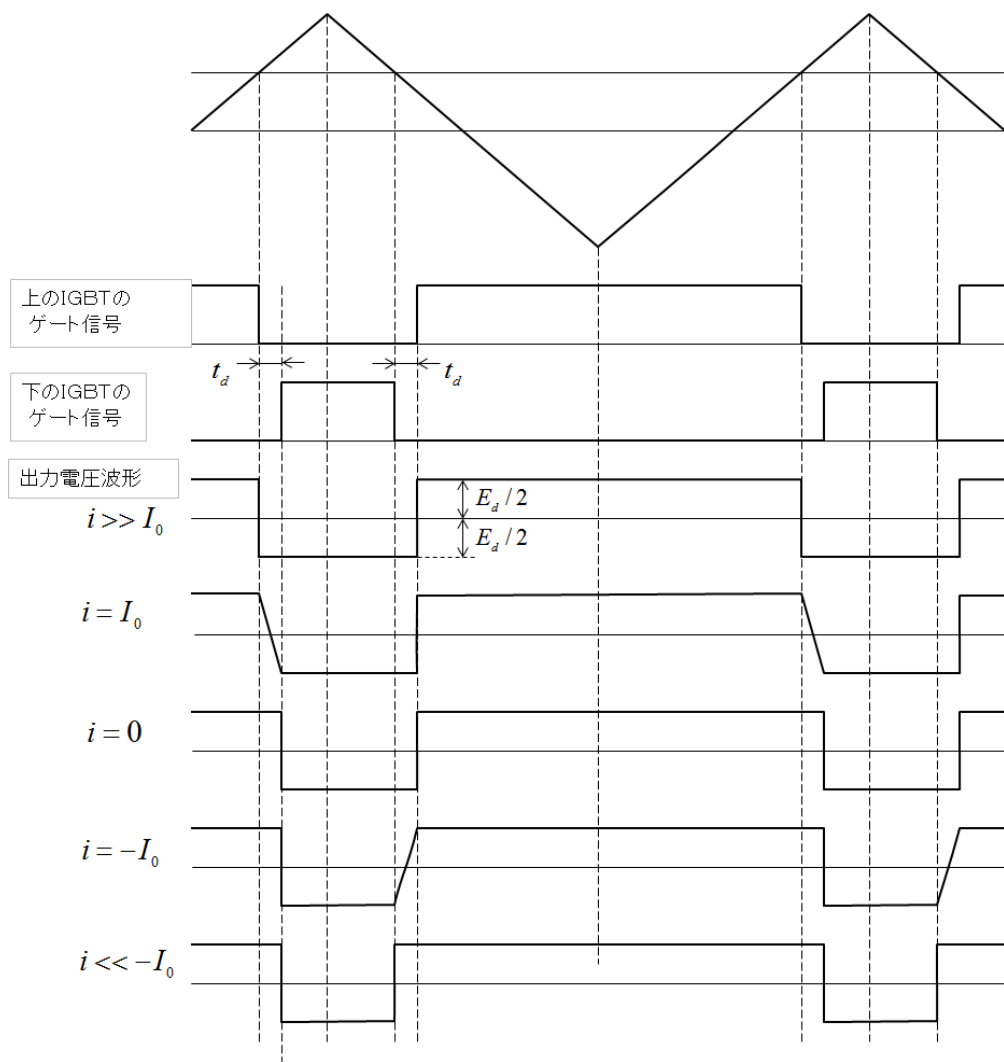
・ 下側の IGBT から上側の IGBT への切り替え :



・ 上側の IGBT から下側の IGBT への切り替え :



○電流の極性および大きさによるデッドタイムの出力電圧波形の影響を下記に示す。



○負荷電流が零の場合、出力電圧波形はデッドタイム  $t_d$  だけ遅れるが、出力平均電圧は変化しない。

○負荷電流が正（インバータから負荷に向かう方向）で  $i \gg I_0$  の場合に次式で与えられる電圧だけ、出力平均電圧が低下する。

$$V_{dead} = E_d \frac{t_d}{T}$$

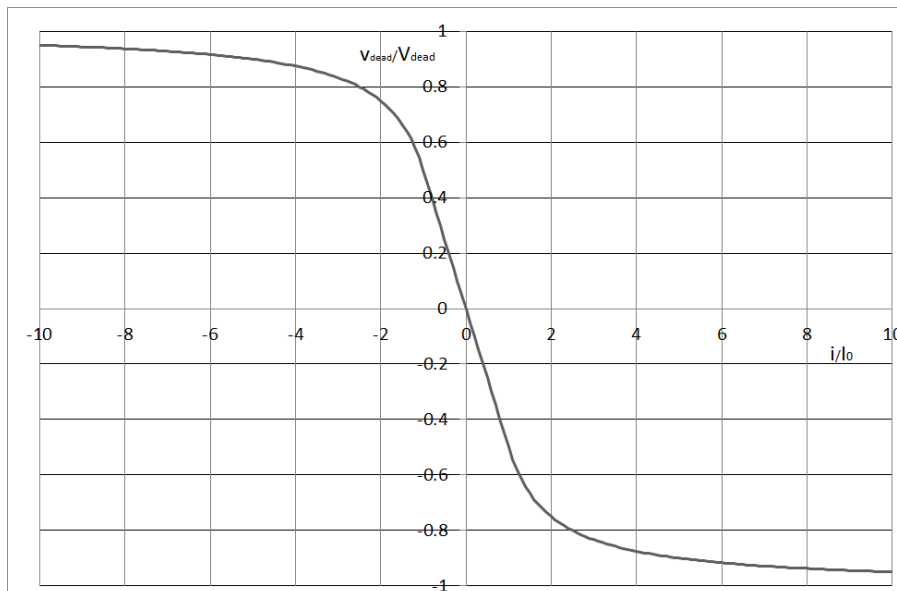
○負荷電流が負で  $i \ll -I_0$  の場合に  $V_{dead}$  だけ、出力平均電圧が増加する。

○電流が小さい場合の出力電圧の低下分は次式で与えられる。

$$v_{dead}(i) = \begin{cases} V_{dead} \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{I_0}{i} \right), & i > I_0 \\ \frac{V_{dead}}{2} \frac{i}{I_0}, & -I_0 \leq i \leq I_0 \\ -V_{dead} \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{I_0}{i} \right), & i < -I_0 \end{cases}$$

ただし、

$$I_0 = \frac{2CE_d}{t_d}$$



○以上のことを総合すると

- 1) デッドタイムによる電圧制御誤差はスイッチング時の電流値に依存する。特に、電流が小さい領域で大きく変化する。厳密には、電流リップルも考慮したスイッチング時の電流を考える必要がある。
- 2) IGBT やダイオードのオン電圧も電圧制御誤差の原因となる。
- 3) 相電圧の制御誤差（実際の平均出力電圧－指令電圧）は、上図のようにスイッチング時の相電流瞬時値により定まる。  
ただし、簡素化したモデル。
- 4) 電圧のリップル波形が平均的に  $t_d/2$  だけ遅れるため、厳密にはサンプルタイミングをこの時間だけ遅らせないと、電流リップルの影響が現れる。

#### 4. サンプル値制御の考え方 (PWM インバータについて)

注1 : インバータは PWM により電圧を制御するが、通常、1 制御周期  $T$  (三角波比較方式のキャリア周波数  $f_c = 1/T$ ) の間の平均電圧を考える。この電圧は  $\alpha \beta$  軸での値であり、 $dq$  軸で考える場合には注意が必要。

注2 : PWM の制御電圧は制御周期毎に更新されるが、電流制御などの演算のため、必然的に 1 制御周期の遅れ (電流検出タイミングに対し、制御電圧更新のタイミング) が生じる。

#### 制御周期での平均電圧の計算の一例

表面永久磁石同期電動機で逆起電力に高調波が含まれる場合、基本波電流のみを流すために必要な電圧は次式に従って算出される。ただし、永久磁石による鎖交磁束は基本波成分の中心に対称であると仮定した。

$$v_{\alpha\beta}(t) = \ell \frac{d}{dt} (i_1 e^{j\omega t}) + r(i_1 e^{j\omega t}) + \frac{d}{dt} (\phi_1 e^{j\omega t} + \phi_5 e^{-j5\omega t} + \phi_7 e^{j7\omega t})$$

制御周期内 ( $kT \leq t \leq (k+1)T$ ) での平均電圧を算出し、制御周期の midpoint のタイミング ( $t = (k+1/2)T$ ) での電圧と定義すると、

$$\begin{aligned} v_{\alpha\beta_{(k+1/2)T}} &= \frac{1}{T} \int_{kT}^{(k+1)T} v_{\alpha\beta}(t) dt \\ &= \frac{\ell}{T} [i_1 e^{j\omega t}]_{kT}^{(k+1)T} + \frac{r}{T} \int_{kT}^{(k+1)T} (i_1 e^{j\omega t}) dt + \frac{1}{T} [\phi_1 e^{j\omega t} + \phi_5 e^{-j5\omega t} + \phi_7 e^{j7\omega t}]_{kT}^{(k+1)T} \\ &= \frac{\ell}{T} [i_1 e^{j\omega t}]_{kT}^{(k+1)T} + \frac{r}{2} (i_{1_{(k+1)T}} e^{j\omega(k+1)T} + i_{1_{kT}} e^{j\omega kT}) \\ &\quad + \frac{1}{T} [\phi_1 e^{j\omega t} + \phi_5 e^{-j5\omega t} + \phi_7 e^{j7\omega t}]_{kT}^{(k+1)T} \end{aligned}$$

なお、電流リップルの平均値は零であることから、抵抗による電圧降下はサンプル時点での電流の平均電流となる。

更に計算を進め、整理すると次式を得る。

$$\begin{aligned}
v_{\alpha\beta_{-(k+1/2)T}} &= \left( \ell \frac{i_{1_{-(k+1)T}} - i_{1_{-kT}}}{T} \cos\left(\frac{\omega T}{2}\right) + j\omega\ell \frac{i_{1_{-(k+1)T}} + i_{1_{-kT}}}{2} \frac{\sin\left(\frac{\omega T}{2}\right)}{\frac{\omega T}{2}} \right) e^{j\omega(k+1/2)T} \\
&\quad + r \left( \frac{i_{1_{-(k+1)T}} + i_{1_{-kT}}}{2} \cos\left(\frac{\omega T}{2}\right) + j \frac{i_{1_{-(k+1)T}} - i_{1_{-kT}}}{2} \sin\left(\frac{\omega T}{2}\right) \right) e^{j\omega(k+1/2)T} \\
&\quad + j\omega\phi_1 \frac{\sin\left(\frac{\omega T}{2}\right)}{\frac{\omega T}{2}} e^{j\omega(k+1/2)T} - j5\omega\phi_5 \frac{\sin\left(\frac{5\omega T}{2}\right)}{\frac{5\omega T}{2}} e^{-j5\omega(k+1/2)T} + j7\omega\phi_7 \frac{\sin\left(\frac{7\omega T}{2}\right)}{\frac{7\omega T}{2}} e^{j7\omega(k+1/2)T}
\end{aligned}$$

ここで、次の関係式に注意する。

$$\cos x \approx 1 - \frac{1}{2!}x^2 + \frac{1}{4!}x^4, \quad \frac{\sin x}{x} \approx \frac{x - \frac{1}{3!}x^3 + \frac{1}{5!}x^5}{x} = 1 - \frac{1}{3!}x^2 + \frac{1}{5!}x^4$$

$$x = \frac{\omega T}{2} = \frac{\pi f}{f_c} = 0.02 \times \pi \Rightarrow \frac{f_c}{f} = 50, \quad x^2 \approx 4.0 \times 10^{-3}$$

即ち、基本波周波数の最大値に対して 50 倍のキャリア周波数を設定すれば、

$$\cos(\omega T/2) \approx 1 - 0.2 \times 10^{-2}, \quad \sin(\omega T/2) \approx 6.0 \times 10^{-2},$$

$$\frac{\sin(\omega T/2)}{\omega T/2} \approx 1 - 0.07 \times 10^{-2}, \quad \frac{\sin(5\omega T/2)}{5\omega T/2} \approx 1 - 1.6 \times 10^{-2}, \quad \frac{\sin(7\omega T/2)}{7\omega T/2} \approx 1 - 3.2 \times 10^{-2}$$

と計算できる。また、抵抗による電圧降下は小さいことから、次のような dq 軸の関係式に書き換えることができる。

$$\begin{aligned}
v_{\alpha\beta_{-(k+1/2)T}} &= \left( \ell \frac{i_{1_{-(k+1)T}} - i_{1_{-kT}}}{T} + j\omega\ell \frac{i_{1_{-(k+1)T}} + i_{1_{-kT}}}{2} \right) e^{j\omega(k+1/2)T} + r \left( \frac{i_{1_{-(k+1)T}} + i_{1_{-kT}}}{2} \right) e^{j\omega(k+1/2)T} \\
&\quad + j\omega\phi_1 e^{j\omega(k+1/2)T} - j5\omega\phi_5 e^{-j5\omega(k+1/2)T} + j7\omega\phi_7 e^{j7\omega(k+1/2)T}
\end{aligned}$$

即ち、

$$\begin{aligned}
\mathbf{v}_{dq\_}(k+1/2)T &= \mathbf{v}_{\alpha\beta\_}(k+1/2)T e^{-j\omega(k+1/2)T} \\
&= \ell \frac{\mathbf{i}_{1\_}(k+1)T - \mathbf{i}_{1\_}kT}{T} + j\omega\ell \frac{\mathbf{i}_{1\_}(k+1)T + \mathbf{i}_{1\_}kT}{2} + r \frac{\mathbf{i}_{1\_}(k+1)T + \mathbf{i}_{1\_}kT}{2} \\
&\quad + j\omega\phi_1 - j5\omega\phi_5 e^{-j6\omega(k+1/2)T} + j7\omega\phi_7 e^{j6\omega(k+1/2)T}
\end{aligned}$$

となり、dq 軸での次の関係式を差分化したものと一致する。

$$\mathbf{v}_{dq}(t) = \ell \left( \frac{d}{dt} + j\omega \right) \mathbf{i}_1 + r \mathbf{i}_1 + j\omega\phi_1 e^{j\omega t} - j5\omega\phi_5 e^{-j6\omega t} + j7\omega\phi_7 e^{j6\omega t}$$

なお、基本波周波数が高く、キャリア周波数を 50 倍程度に選べない場合は、高調波電圧に対して補正係数をかける必要がある。

以上の結果より、PWM を行った場合でも、キャリア周期での平均電圧を考えれば、サンプル値制御系と考えることができる。また、適切なサンプリングタイミングを設定することにより、PWM による電流リップルの影響を防止しすることができる。

## 5. 電流制御の実際

### 電流制御の考え方

○dq 座標での突極形永久磁石同期電動機の基本式は、

$$\mathbf{v}_{dq} = \left( \frac{d}{dt} + j\omega \right) (L_d \mathbf{i}_d + jL_q \mathbf{i}_q) + r(\mathbf{i}_d + j\mathbf{i}_q) + j\omega\phi_m$$

○モータパラメータ、速度、電流の正確な情報が得られれば、電流に関するフィードバックは比例制御とする。

結果として、制御の基本式は (P 制御+非干渉制御)

ただし、パラメータ誤差、インバータ電圧制御誤差を考慮し、定常偏差低減のために積分制御を付加するが多い。

○比例制御の場合、電圧指令値は次式で与える。

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{dq}^* &= j\omega(L_d \mathbf{i}_d^* + jL_q \mathbf{i}_q^*) + r(\mathbf{i}_d + j\mathbf{i}_q) + j\omega\phi_m \\ &\quad + (k - j\omega)((L_d \mathbf{i}_d^* + jL_q \mathbf{i}_q^*) - (L_d \mathbf{i}_d + jL_q \mathbf{i}_q)) \\ &= j\omega(L_d \mathbf{i}_d + jL_q \mathbf{i}_q) + r(\mathbf{i}_d + j\mathbf{i}_q) + j\omega\phi_m + k((L_d \mathbf{i}_d^* + jL_q \mathbf{i}_q^*) - (L_d \mathbf{i}_d + jL_q \mathbf{i}_q)) \end{aligned}$$

電圧制御誤差がないとし、2つの式の差分を取ることにより、

$$\left(\frac{d}{dt} + k\right)(L_d \mathbf{i}_d + jL_q \mathbf{i}_q) = k(L_d \mathbf{i}_d^* + jL_q \mathbf{i}_q^*)$$

従って、ラプラス変換して伝達関数を考えると

$$\frac{\lambda(s)}{\lambda^*(s)} = \frac{L_d \mathbf{i}_d(s) + jL_q \mathbf{i}_q(s)}{L_d \mathbf{i}_d^*(s) + jL_q \mathbf{i}_q^*(s)} = \frac{k}{s+k}$$

○連続系として考えると  $k$  を大きく選べば応答速度が上げられることになる。

○パラメータ誤差や電圧制御誤差がある場合に、電流の定常偏差を零とするためには、積分補償を不可する必要がある。簡単のため電圧誤差のみを考えた場合、次式が成り立つ。

$$s\lambda(s) + \Delta \mathbf{v}_{dq}(s) = \left(k_p + \frac{k_i}{s}\right)(\lambda^*(s) - \lambda(s))$$

ただし、

$$\begin{aligned} \lambda(s) &= L_d \mathbf{i}_d(s) + jL_q \mathbf{i}_q(s), \quad \lambda^*(s) = L_d \mathbf{i}_d^*(s) + jL_q \mathbf{i}_q^*(s), \\ \Delta \mathbf{v}_{dq}(s) &= \Delta v_d(s) + j\Delta v_q(s) \end{aligned}$$

この場合の応答は次式のように計算され、電流の定常偏差は零となる。

$$\lambda(s) = \frac{k_p s + k_i}{s^2 + k_p s + k_i} \lambda^*(s) - \frac{s}{s^2 + k_p s + k_i} \Delta \mathbf{v}_{dq}(s)$$

また、積分補償の項を計算すると、次式が得られ、その最終値は電圧誤差に



等しくなる。

$$\frac{k_i}{s}(\lambda^*(s) - \lambda(s)) = \frac{k_i s}{s^2 + k_p s + k_i} \lambda^*(s) + \frac{k_i}{s^2 + k_p s + k_i} \Delta \mathbf{v}_{dq}(s)$$

また、特性方程式の根を次式のように選ぶと

$$s^2 + k_p s + k_i = (s + \alpha)(s + \alpha/5) = 0$$

$$k_p = \frac{6}{5}\alpha, \quad k_i = \frac{1}{5}\alpha^2 \quad \Rightarrow \quad k_i/k_p = \frac{1}{6}\alpha$$

従って、指令値の変更に対する電圧関数は、次式のように一次遅れで近似できる。

$$\frac{\lambda(s)}{\lambda^*(s)} = \frac{k_p s + k_i}{s^2 + k_p s + k_i} = \frac{6\alpha}{5} \frac{(s + \alpha/6)}{(s + \alpha)(s + \alpha/5)} \approx \frac{\alpha}{s + \alpha}$$

○PWM インバータを用いる場合は制御遅れの検討が不可欠。

## サンプル値制御系として検討

○ サンプル値系は  $z$  変換で解析

$$\text{定義 } I(z) = \sum_{n=0}^{\infty} i_{nT} z^{-n}, \quad i_{nT} = i(nT)$$

$z$  変換の例

$$i(t) = 1, \quad I(z) = \sum_{n=0}^{\infty} z^{-n} = \frac{1}{1-z^{-1}}$$

$$i(t) = e^{-at}, \quad I(z) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-anT} z^{-n} = \frac{1}{1-e^{-aT} z^{-1}}$$

$$i(t) = te^{-at}, \quad I(z) = \sum_{n=0}^{\infty} nTe^{-anT} z^{-n} = \frac{Te^{-aT} z^{-1}}{(1-e^{-aT} z^{-1})^2}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{d(-a)} \left( \sum_{n=0}^{\infty} e^{-anT} z^{-n} \right) &= \sum_{n=0}^{\infty} nTe^{-anT} z^{-n} \\ &= \frac{d}{d(-a)} \left( \frac{1}{1-e^{-aT} z^{-1}} \right) = \frac{Te^{-aT} z^{-1}}{(1-e^{-aT} z^{-1})^2} \end{aligned}$$

○  $z$  変換による電流制御系の解析（インダクタンスのみを負荷とした場合）

基本式のサンプル値系としての表現

電流制御の制御遅れ（1 サンプルリング周期）を考慮すると

$$\begin{aligned} \frac{L}{T} (i_{(n+1)T} - i_{nT}) &= v_{(n+1/2)T} \\ v_{(n+1/2)T} &= k(i_{(n-1)T}^* - i_{(n-1)T}) \end{aligned}$$

2つの式を組み合わせると

$$\frac{L}{T} (i_{(n+1)T} - i_{nT}) = k(i_{(n-1)T}^* - i_{(n-1)T})$$

$z$  変換した関係式では、1 サンプルリング周期の遅れが  $z^{-1}$  を乗ずることに相

当するため、

$$\frac{L}{T}(I(z) - z^{-1}I(z)) = k(z^{-2}I^*(z) - z^{-2}I(z))$$

$$\frac{I(z)}{I^*(z)} = \frac{(kT/L)z^{-2}}{1 - z^{-1} + (kT/L)z^{-2}}$$

具体的な計算例 (ステップ応答)  $I^*(z) = \frac{1}{1 - z^{-1}}$

1)  $kT/L = 1/4$  の場合

$$\begin{aligned} I(z) &= \frac{0.25z^{-2}}{1 - z^{-1} + 0.25z^{-2}} \frac{1}{1 - z^{-1}} = \frac{z^{-2}}{(2 - z^{-1})^2} \frac{1}{1 - z^{-1}} = \frac{-4}{(2 - z^{-1})^2} + \frac{1}{1 - z^{-1}} \\ &= \frac{-1}{(1 - 0.5z^{-1})^2} + \frac{1}{1 - z^{-1}} = -\left(1 + z^{-1} + \dots + (n+1)(0.5)^n z^{-n} + \dots\right) \\ &\quad + \left(1 + z^{-1} + \dots + z^{-n} + \dots\right) \\ &= 0 + 0z^{-1} + 0.25z^{-2} + 0.5z^{-3} + \dots \left(1 - (n+1)(0.5)^n\right) z^{-n} + \dots \end{aligned}$$

2)  $kT/L = 1/3$  の場合

$$\begin{aligned} I(z) &= \frac{(1/3)z^{-2}}{1 - z^{-1} + (1/3)z^{-2}} \frac{1}{1 - z^{-1}} = \frac{z^{-2}}{3 - 3z^{-1} + z^{-2}} \frac{1}{1 - z^{-1}} \\ &= \frac{z^{-2}}{(a - z^{-1})(\bar{a} - z^{-1})} \frac{1}{1 - z^{-1}} = \frac{\mathbf{A}}{(a - z^{-1})} + \frac{\bar{\mathbf{A}}}{(\bar{a} - z^{-1})} + \frac{\mathbf{B}}{1 - z^{-1}} \end{aligned}$$

ただし

$$a = \sqrt{3}e^{j\pi/6} = 1.5 + j0.5\sqrt{3}, \quad \bar{a} = \sqrt{3}e^{-j\pi/6} = 1.5 - j0.5\sqrt{3}$$

$$A = \frac{a^2}{(\bar{a} - a)} \frac{1}{1 - a} = -j\sqrt{3}, \quad \bar{A} = j\sqrt{3}, \quad B = \frac{1}{(a - 1)(\bar{a} - 1)} = 1$$

従って

$$\begin{aligned}
 I(z) &= \frac{A/a}{(1-z^{-1}/a)} + \frac{\bar{A}/\bar{a}}{(1-z^{-1}/\bar{a})} + \frac{B}{1-z^{-1}} \\
 &= \frac{-0.5-j0.5\sqrt{3}}{(1-z^{-1}/a)} + \frac{-0.5+j0.5\sqrt{3}}{(1-z^{-1}/\bar{a})} + \frac{1}{1-z^{-1}} \\
 &= (-0.5-j0.5\sqrt{3}) \sum_{n=0}^{\infty} (z^{-1}/a)^n \\
 &\quad + (-0.5+j0.5\sqrt{3}) \sum_{n=0}^{\infty} (z^{-1}/\bar{a})^n + \sum_{n=0}^{\infty} (z^{-1})^n \\
 &= \sum_{n=0}^{\infty} \left( 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{a^n} + \frac{1}{\bar{a}^n} \right) - \frac{j\sqrt{3}}{2} \left( \frac{1}{a^n} - \frac{1}{\bar{a}^n} \right) \right) z^{-n} \\
 &= \sum_{n=0}^{\infty} \left( 1 - \frac{1}{3^{n/2}} \cos\left(\frac{n\pi}{6}\right) - \frac{\sqrt{3}}{3^{n/2}} \sin\left(\frac{n\pi}{6}\right) \right) z^{-n}
 \end{aligned}$$

具体的に計算すると

$$\begin{aligned}
 i_0 &= 0 \\
 i_{1T} &= 1 - \frac{1}{3^{1/2}} \frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} \frac{1}{3^{1/2}} \frac{1}{2} = 0 \\
 i_{2T} &= 1 - \frac{1}{3} \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3} \frac{\sqrt{3}}{2} = 1 - \frac{1}{6} - \frac{3}{6} = \frac{1}{3} \\
 i_{3T} &= 1 - \frac{1}{3^{3/2}} 0 - \frac{\sqrt{3}}{3^{3/2}} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \\
 i_{4T} &= 1 - \frac{1}{3^2} \left( -\frac{1}{2} \right) - \frac{\sqrt{3}}{3^2} \frac{\sqrt{3}}{2} = 1 + \frac{1}{18} - \frac{3}{18} = \frac{8}{9} \\
 i_{5T} &= 1 - \frac{1}{3^{5/2}} \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \right) - \frac{\sqrt{3}}{3^{5/2}} \left( \frac{1}{2} \right) = 1 + \frac{1}{18} - \frac{1}{18} = 1 \\
 i_{6T} &= 1 - \frac{1}{3^3} (-1) - \frac{\sqrt{3}}{3^3} (0) = \frac{28}{27}
 \end{aligned}$$

3)  $kT/L=1/2$ の時

$$I(z) = \frac{z^{-2}}{(a - z^{-1})(\bar{a} - z^{-1})} \frac{1}{1 - z^{-1}} = \frac{A}{(a - z^{-1})} + \frac{\bar{A}}{(\bar{a} - z^{-1})} + \frac{B}{1 - z^{-1}}$$

$$a = \sqrt{2}e^{j\pi/4} = 1 + j$$

$$\bar{a} = \sqrt{2}e^{-j\pi/4} = 1 - j$$

$$A = \frac{a^2}{(\bar{a} - a)} \frac{1}{1 - a} = \frac{(\sqrt{2}e^{j\pi/4})^2}{(-j2)(-j)} = \frac{j2}{(j2)(j)} = -j, \quad \bar{A} = j$$

$$B = \frac{1}{(a - 1)(\bar{a} - 1)} = \frac{1}{(j)(-j)} = 1$$

$$\frac{A}{a} = \frac{-j}{\sqrt{2}e^{j\pi/4}} = \frac{1}{\sqrt{2}}e^{-j3\pi/4} = -1 - j, \quad \frac{\bar{A}}{\bar{a}} = -1 + j$$

$$\begin{aligned} I(z) &= \frac{A/a}{(1 - z^{-1}/a)} + \frac{\bar{A}/\bar{a}}{(1 - z^{-1}/\bar{a})} + \frac{B}{1 - z^{-1}} \\ &= \frac{-1 - j}{(1 - z^{-1}/a)} + \frac{-1 + j}{(1 - z^{-1}/\bar{a})} + \frac{1}{1 - z^{-1}} \\ &= (-1 - j) \sum_{n=0}^{\infty} (z^{-1}/a)^n + (-1 + j) \sum_{n=0}^{\infty} (z^{-1}/\bar{a})^n + \sum_{n=0}^{\infty} (z^{-1})^n \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \left( 1 - \left( \frac{1}{a^n} + \frac{1}{\bar{a}^n} \right) - j \left( \frac{1}{a^n} - \frac{1}{\bar{a}^n} \right) \right) z^{-n} \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \left( 1 - \frac{1}{2^{n/2}} \cos\left(\frac{n\pi}{4}\right) - \frac{1}{2^{n/2}} \sin\left(\frac{n\pi}{4}\right) \right) z^{-n} \end{aligned}$$

$$I(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \left( 1 - \frac{1}{2^{n/2}} \cos\left(\frac{n\pi}{4}\right) - \frac{1}{2^{n/2}} \sin\left(\frac{n\pi}{4}\right) \right) z^{-n}$$

$$i_0 = 0$$

$$i_T = 1 - \frac{1}{2^{1/2}} \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2^{1/2}} \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$i_{2T} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

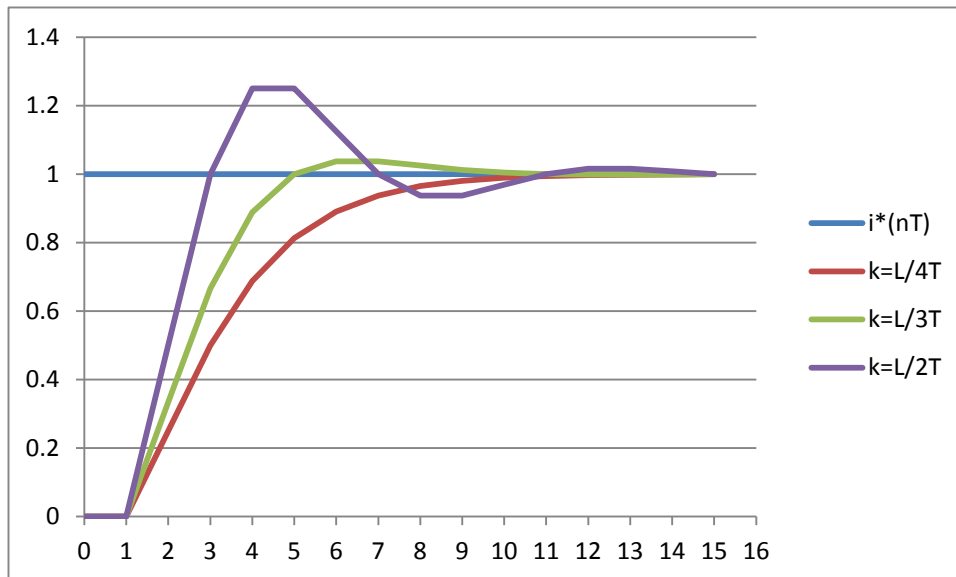
$$i_{3T} = 1 - \frac{1}{2^{3/2}} \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} \right) - \frac{1}{2^{3/2}} \frac{\sqrt{2}}{2} = 1$$

$$i_{4T} = 1 - \frac{1}{2^2} (-1) - \frac{1}{2^2} (0) = \frac{5}{4}$$

$$i_{5T} = 1 - \frac{1}{2^{5/2}} \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} \right) - \frac{1}{2^{5/2}} \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{5}{4}$$

$$i_{6T} = 1 - \frac{1}{2^3} (0) - \frac{1}{2^3} (-1) = \frac{9}{8}$$

以上の結果をもとに、ステップ応答をグラフに示すと



○制御遅れに対する対策をしない場合、  
比例ゲインは (L/T) の 1/3 程度が適切。

○制御遅れに対する対策

現在の電圧を用いて、次式に従って電流を予測する。

$$i_{nT} = i_{(n-1)T} + \frac{T}{L} v_{(n-1/2)T}$$

電圧の制御式を変更

$$v_{(n+1/2)T} = k \left( i_{(n-1)T}^* - i_{(n-1)T} - \frac{T}{L} v_{(n-1/2)T} \right)$$

この時、次式のように考えることができる。

$$\frac{L}{T} (i_{(n+1)T} - i_{nT}) = k (i_{(n-1)T}^* - i_{nT})$$

$$\frac{L}{T} (I(z) - z^{-1}I(z)) = k (z^{-2}I^*(z) - z^{-1}I(z))$$

$$\frac{I(z)}{I^*(z)} = \frac{(kT/L)z^{-2}}{1 - (1 - kT/L)z^{-1}}$$

1)  $kT/L = 1$  の場合

$$\frac{I(z)}{I^*(z)} = z^{-2} \Rightarrow I(z) = z^{-2}I^*(z)$$

2)  $kT/L = 1 - a$  の場合

$$\frac{I(z)}{I^*(z)} = \frac{(1-a)z^{-2}}{1 - az^{-1}}$$

$$I^*(z) = \frac{1}{1 - z^{-1}}$$

$$I(z) = \frac{(1-a)z^{-2}}{1 - az^{-1}} \frac{1}{1 - z^{-1}} = z^{-2} \left( \frac{-a}{1 - az^{-1}} + \frac{1}{1 - z^{-1}} \right)$$

$$\begin{aligned}
I(z) &= \frac{(1-a)z^{-2}}{1-az^{-1}} \frac{1}{1-z^{-1}} = z^{-2} \left( \frac{-a}{1-az^{-1}} + \frac{1}{1-z^{-1}} \right) \\
&= z^{-2} \left( -a \left( 1 + (az^{-1}) + (az^{-1})^2 + \dots \right) + 1 + z^{-1} + z^{-2} + \dots \right) \\
&= z^{-2} \left( (1-a) + (1-a^2)z^{-1} + (1-a^3)z^{-2} + \dots \right)
\end{aligned}$$

○計算に使用するインダクタンスが実際の値とずれている場合。

$$\frac{L}{T} (i_{(n+1)T} - i_{nT}) = v_{(n+1/2)T}$$

$$v_{(n+1/2)T} = k \left( i_{(n-1)T}^* - i_{(n-1)T} - \frac{T}{\hat{L}} v_{(n-1/2)T} \right)$$

ただし、 $L$  は実際値、 $\hat{L}$  は計算に用いた値

この時、次のように考えることができる。

$$v_{(n+1/2)T} + \frac{kT}{\hat{L}} v_{(n-1/2)T} = k (i_{(n-1)T}^* - i_{(n-1)T})$$

$z$  変換して考えると、

$$\frac{L}{T} (I(z) - z^{-1}I(z)) = z^{-1}V(z)$$

$$\left( 1 + \frac{kT}{\hat{L}} z^{-1} \right) V(z) = kz^{-1} (I^*(z) - I(z))$$

代入して整理すると、

$$\left[ \left( 1 + \frac{kT}{\hat{L}} z^{-1} \right) (1 - z^{-1}) + k \frac{T}{L} z^{-2} \right] I(z) = k \frac{T}{L} z^{-2} I^*(z)$$

$$\frac{I(z)}{I^*(z)} = \frac{(kT/L)z^{-2}}{1 - (1 - kT/\hat{L})z^{-1} + kT(1/L - 1/\hat{L})z^{-2}}$$



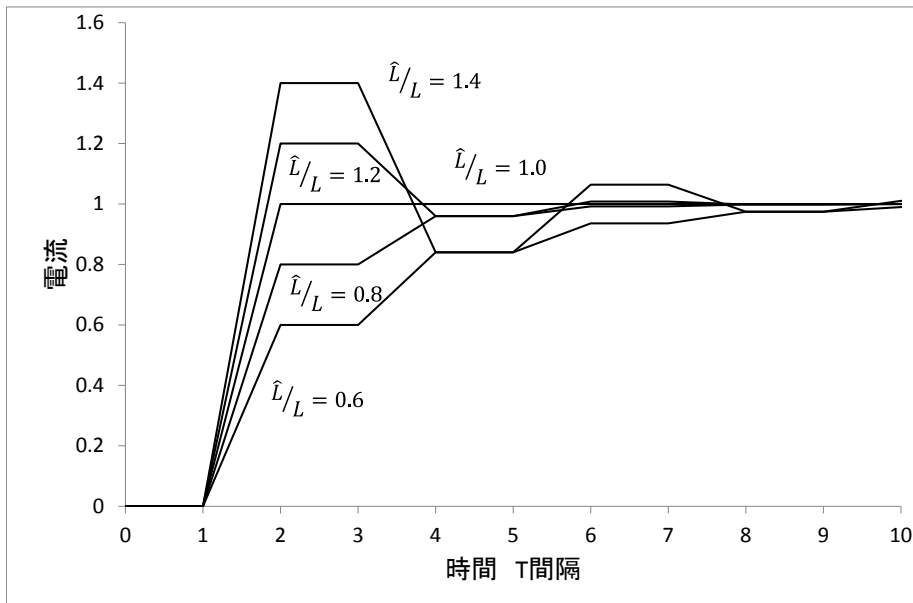
$$\frac{kT}{\hat{L}} = 1$$

$$\frac{I(z)}{I^*(z)} = \frac{\hat{L}/Lz^{-2}}{1 - (1 - \hat{L}/L)z^{-2}} = \frac{(1 - a^2)z^{-2}}{1 - a^2z^{-2}}$$

$$a = \sqrt{1 - \hat{L}/L}$$

$$\begin{aligned} I^*(z) &= \frac{1}{1 - z^{-1}} \\ I(z) &= \frac{(1 - a^2)z^{-2}}{1 - a^2z^{-2}} \frac{1}{1 - z^{-1}} = \left( -\frac{1 + z^{-1}}{1 - a^2z^{-2}} + \frac{1}{1 - z^{-1}} \right) \\ &= (1 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3} + \dots) - (1 + (az^{-1})^2 + (az^{-1})^4 + \dots) \\ &\quad - z^{-1}(1 + (az^{-1})^2 + (az^{-1})^4 + \dots) \\ &= 0 + 0z^{-1} + (1 - a^2)z^{-2} + (1 - a^2)z^{-3} + (1 - a^4)z^{-4} + (1 - a^4)z^{-5} + \dots \end{aligned}$$

インダクタンスの誤差をパラメータにステップ応答を図示すると、



○インダクタンスの値を正確に合わせる必要があるが、制御遅れを考慮した電流制御を行うと、2サンプル周期で指令値に一致させることができる。

## 永久磁石同期電動機における電流制御（制御遅れを考慮）のまとめ

- 1) 現在 ( $t = (n-1)T$ ) の検出電流値と電圧指令値および非干渉制御成分より、次のタイミング ( $t = nT$ ) での電流を予測。指令電圧がリミットされた場合はリミットされた値を使用。

$$i_{d\_nT} = i_{d\_ (n-1)T} + \frac{T}{L} (v_{d\_ (n-1/2)T}^* - e_{d\_ (n-1/2)T})$$

$$i_{q\_nT} = i_{q\_ (n-1)T} + \frac{T}{L} (v_{q\_ (n-1/2)T}^* - e_{q\_ (n-1/2)T})$$

ただし、

$$e_{d\_ (n-1/2)T} = r(i_{d\_ (n-1)T} + i_{d\_ nT})/2 - \omega L_q (i_{q\_ (n-1)T} + i_{q\_ nT})/2$$

$$e_{q\_ (n-1/2)T} = r(i_{q\_ (n-1)T} + i_{q\_ nT})/2 + \omega L_d (i_{d\_ (n-1)T} + i_{d\_ nT})/2 + \omega \phi_m$$

- 2) 次のタイミング ( $t = (n+1/2)T$ ) での抵抗の電圧降下と逆起電力を予測

$$e_{d\_ (n+1/2)T} = r(i_{d\_ nT} + i_{d\_ (n-1)T}^*)/2 - \omega L_q (i_{q\_ nT} + i_{q\_ (n-1)T}^*)/2$$

$$e_{q\_ (n+1/2)T} = r(i_{q\_ nT} + i_{q\_ (n-1)T}^*)/2 + \omega L_d (i_{d\_ nT} + i_{d\_ (n-1)T}^*)/2 + \omega \phi_m$$

ここで、 $i_{d\_ (n+1)T} = i_{d\_ (n-1)T}^*$ 、 $i_{q\_ (n+1)T} = i_{q\_ (n-1)T}^*$  と近似。

- 3) 次のタイミング ( $t = (n+1/2)T$ ) での電圧指令値を計算

$$v_{d\_ (n+1/2)T}^* = \frac{L}{T} (i_{d\_ nT}^* - i_{d\_ nT}) + e_{d\_ (n+1/2)T}$$

$$v_{q\_ (n+1/2)T}^* = \frac{L}{T} (i_{q\_ nT}^* - i_{q\_ nT}) + e_{q\_ (n+1/2)T}$$

- 4)  $\mathbf{v}_{dq}^* = v_{d\_ (n+1/2)T}^* + jv_{q\_ (n+1/2)T}^*$  を三相電圧に変換、ただし、現在 ( $t = (n-1)T$ ) の回転角度に比べ、基本波の位相を  $1.5\omega T$  だけ進めておく必要あり。

その他の注意点

- 実際には PWM のデッドタイムによる電圧制御誤差の補償が必要
- 磁気飽和によるインダクタンスの変化も考慮することが必要。がある場合に
- モータパラメータを出来るだけ正確に把握することが重要。

